**АОУ ВО ДПО «ВИРО» Центр непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников в г. Вологде**

«ОДОБРЕНО»

на заседании рабочей группы

по учебному предмету «Физика»

при РУМО по общему образованию

(Протокол № 8 от 27.12.2023)

**Методическая разработка для подготовки обучающихся с рисками учебной неуспешности к решению задач по теме «Движение связанных тел» в разделе «Механика» (9-11 классы)**

*Авторы:*

*Розова Наталия Борисовна, Якимова Е.Б.,* *методисты*

*сектора естественнонаучного и технологического образования*

*Центра непрерывного повышения*

*профессионального мастерства педагогических*

*работников в г. Вологде АОУ ВО ДПО "ВИРО"*

2023 год

**Методическая разработка для подготовки обучающихся с рисками учебной неуспешности к решению задач по теме «Движение связанных тел» в разделе «Механика» (9-11 классы)**

**Авторы**: Розова Н.Б., Якимова Е.Б., методисты сектора естественнонаучного и технологического образования ЦНППМ в г. Вологде АОУ ВО ДПО ВИРО

**Аннотация**

Методическая разработка адресована учителям физики и построена на основе анализа проблем подготовки участников ОГЭ и ЕГЭ.

Анализ результатов ГИА по физике у обучающихся позволил выявить причины неуспешности решения достаточно широкого класса задач по механике на экзамене. Одним из пробелов в знаниях и умениях обучающихся является неумение правильно строить и применять модель физической ситуации при решении задач по механике на движение связанных тел, особенно при использовании блоков. В КИМ ЕГЭ по физике такие задачи выделены в особую группу, которые требуют не только решения, но и обоснования выбора физической модели.

Данная тема является сквозной для кинематики и динамики материальной точки и твердого тела в курсе физики.

|  |  |
| --- | --- |
| 7 класс | Сила натяжения, блоки подвижный и неподвижный, «золотое правило механики» |
| 9 класс, 10 класс | Движение с ускорением под действием нескольких сил, работа и энергия, движение связанных тел |

В данной разработке предлагаются методические подходы к моделированию физических ситуаций на движение связанных тел, приводятся теоретические положения (идеи) и примеры решения таких задач.

В МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЯХ для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по ФИЗИКЕ [3] есть прямое указание на важность этого типа задач: «На позиции 26 будут задачи по механике на 4 балла, в которых необходимо представить обоснование применимости используемых законов и математическое решение задачи… В следующем году будут использоваться задачи по динамике на связанные тела и задачи на применение законов сохранения в механике. Напомним, какие требования в этих случаях есть к обязательным пунктам обоснований. В первом случае обязательными элементами обоснования являются следующие:

− выбор инерциальной системы отсчёта;

− выбор модели материальной точки (либо размерами тел можно пренебречь; либо тела движутся поступательно, и для них можно использовать второй закон Ньютона, сформулированный для материальных точек);

− условие равенства сил натяжения в любой точке нити (невесомость нити; связывающей тела, идеальный блок, если нить перекинута через блок);

− условие взаимосвязи ускорений тел (нить нерастяжима).

**Методические рекомендации**

При решении задач на движение связанных тел часто приходится используется утверждение о том, что нить, связывающая тела невесома и нерастяжима. Разберемся что означает.

**Нить невесома** – это означает, что сила натяжения нити, связывающая грузы, будет одинаковой по модулю во всех точках нити, силу натяжения нити обозначают .

**Нить нерастяжима** – связанные грузы будут двигаться с одинаковым по модулю ускорением, одинаковой по модулю скоростью в одни и те же моменты времени, а также проходить одинаковые расстояния за одинаковые промежутки времени.

Для понимания этих положений, рассмотрим одну и ту же ситуацию, когда нить весомая и растяжимая в первом случае и – во втором нить невесома и нерастяжима.

1. К грузу массой 7 кг подвешен на верёвке груз массой 5 кг. Масса верёвки 4 кг. К первому грузу приложена направленная вверх сила, равная 240 Н. Найти натяжения в верхнем и в нижнем конце верёвки. Ускорение свободного падения принять равным 10 Нить нерастяжима.

|  |
| --- |
| Дано: |
|  |

Решение

Поскольку нить нерастяжима – связанные грузы будут двигаться с одинаковым по модулю ускорением

Рассмотрим силы, действующие на каждое тело (груз 1, груз 2 и веревка) в отдельности (см. рис.) и применим 2 закон Ньютона:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\Елена\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.MSO\F040D271.tmp  *Рис. 1* | C:\Users\Елена\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.MSO\C99EF64D.tmp  *Рис. 2* | C:\Users\Елена\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.MSO\E3AE6CDF.tmp  *Рис. 3* |
|  |  |  |

Запишем эти уравнения в проекциях на ось :

Сложив эти уравнения, получим:

Откуда находим сразу ускорение системы тел:

Заметим, что уравнение (4) можно было получить сразу, рассмотрев систему тел как целое, тогда силы натяжения являются внутренними и не входят в уравнение 2 закона Ньютона (см. рис.4)

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\Елена\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.MSO\D7276945.tmp  *Рис.4* |  |

Теперь из уравнений (1) и (2) найдем силы натяжения нити вверху веревки и внизу веревки

Мы видим, что натяжение веревки меняется от 75 Н внизу до 135 Н вверху нити.

Рассмотрим эту же задачу, но с учетом невесомости нити.

1. К грузу массой 7 кг подвешен на верёвке груз массой 5 кг. Масса верёвки 4 кг. К первому грузу приложена направленная вверх сила, равная 240 Н. Найти натяжения в верхнем и в нижнем конце верёвки. Ускорение свободного падения принять равным 10 Нить невесома и нерастяжима.

|  |
| --- |
| Дано: |
|  |

Решение

Все предыдущие рисунки, рассуждения и уравнения справедливы и в этом случае. Подставив в уравнение (3) , получим:

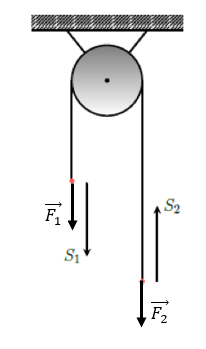
Или

Таким образом, рассматривая разные модели системы, можно показать и «прочувствовать» как влияет масса веревки на натяжение.

Следующим шагом покажем, какие соотношения перемещений, скоростей и ускорений можно получить из условия нерастяжимости нити в неподвижном и подвижном блоках.

**Неподвижный блок**

Рассмотрим нить, перекинутую через невесомый неподвижный блок (можно пренебречь силами трения, которые возникают при вращении блока), к концам которой прикреплены грузы, действующие на нить с силами и соответственно (см. рис.5). Пусть правый груз двигается вниз.



*Рис.5*

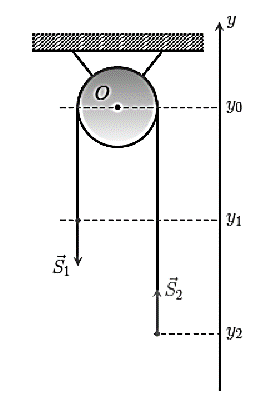
Остановимся на доказательстве соотношений перемещений, скоростей и ускорений более подробно.

Первый способ доказательства основывается на отсутствии выигрыша в работе у простых механизмов. Пусть есть две силы и (см. рис.5), тогда из невесомости нити (см. пример выше) следует что . Предположим, что левый конец нити опустился на , а правый поднялся на .

Тогда согласно золотому правилу механики (работы этих сил равны):

Неподвижный блок не дает выигрыша в силе, а значит и не дает проигрыша в расстоянии, поэтому скорости и ускорения с которыми движутся тела одинаковы по модулю, но при этом направлены в противоположные стороны:

Второй способ доказательства базируется на свойстве постоянности длины нити . Для этого введем ось y (см. рис.6), также пусть один из концов нити движется вверх, а другой — вниз.



*Рис.6*

Тогда используя введенные координаты запишем выражение для длины нити:

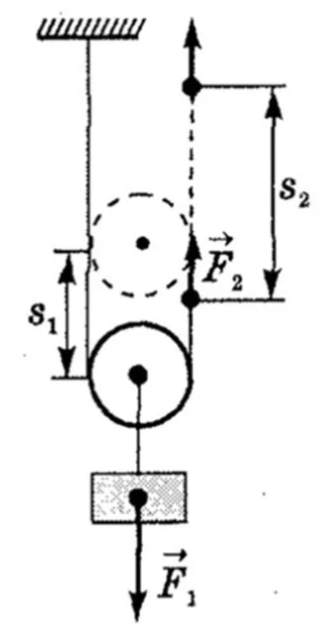
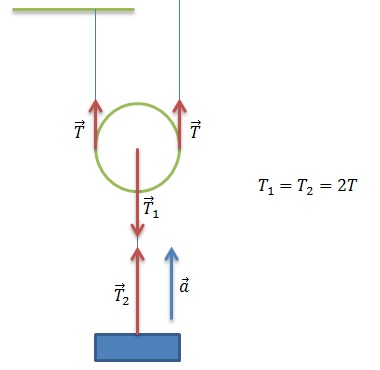
Понятно, что и координата оси блока не меняются с течением времени. Выразим изменение длины нити и приравняем его к нулю:

Разделив на , получим:

Таким образом, рассматривая процесс при малом , мы получили соотношения для скоростей и ускорений концов нити. Также стоит обратить внимание на знак минус в полученных выражениях — он говорит о том, что концы нити двигаются в противоположных направлениях.

**Подвижный блок**

Отличить один блок от другого просто: если ось блока закреплена, то такой блок неподвижный, а если ось блока может двигаться, то такой блок подвижный.

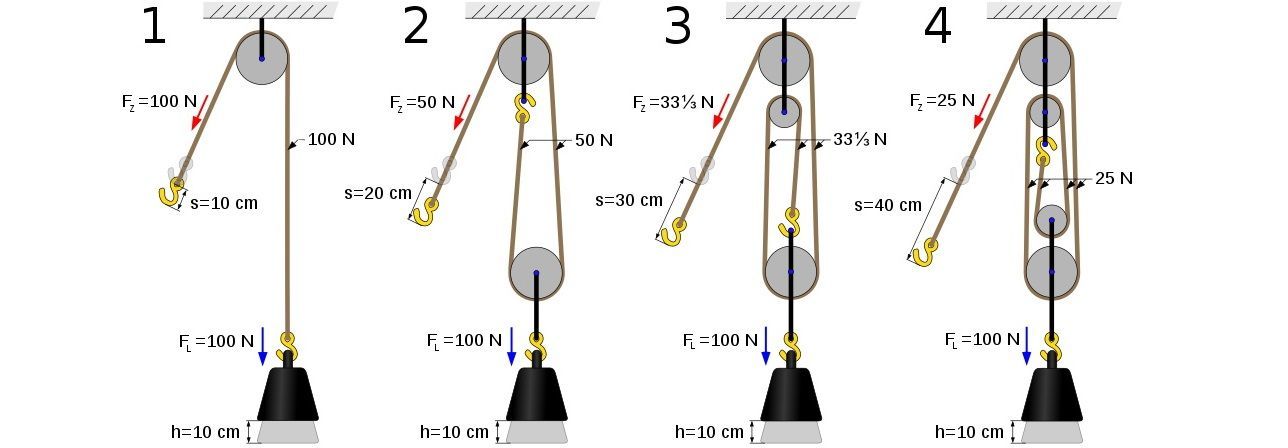
 

*Рис.7*

Рассмотрим подвижный блок. Пусть один из концов нити закреплен, а за второй конец тянут вверх. Таким образом, блок начинает перемещаться вверх (см. рис. 7). Пусть это перемещение равно (то есть ось блока поднялась на вверх), тогда для этого необходимо вытянуть нить длиной .

Таким образом, мы получили, что перемещение конца нити равно удвоенному перемещению оси подвижного блока. Из этого следует, что и скорость конца нити равно удвоенной скорости оси подвижного блока, и ускорение конца нити равно удвоенному ускорению оси подвижного блока

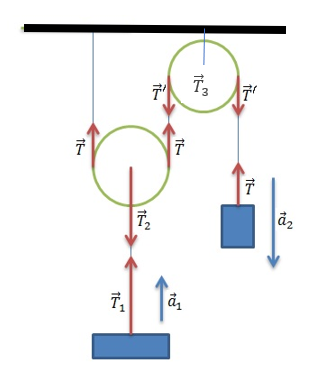
**Важное замечание.** Наиболее частое заблуждение у учащихся связано с тем, что подвижный блок всегда дает выигрыш в силе в два раза. Однако при решении задач нужно учитывать тот факт, что выигрыш в силе при использовании подвижного блока или системы блоков равен числу верёвок, на которые опираются подвижные блоки (см. рис. 8). Обратите внимание, что сила натяжения нити перекинутой через блок одинакова в разных точках нити. И сила натяжения нити, которая крепится к оси блока и грузу также одинакова во всех точках (в данном случае это точки крепления нити к грузу и оси блока).



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Неподвижный блок не дает выигрыш в силе* | *Подвижный блок дает выигрыш в силе в 2 раза* | *Система блоков дает выигрыш в силе в 3 раза* | *Система блоков дает выигрыш в силе в 4 раза* |

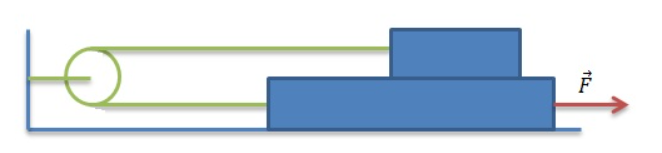
*Рис.8*

Рассмотрим **систему из неподвижного и подвижного блока (**рис. 9). Такая система будет давать выигрыш в силе в два раза. Распределение сил и связь ускорений указана на рисунке. Равенства характеризующие силы натяжения нитей и ускорений следуют непосредственно вышеуказанных рассуждений:



*Рис.9*

**Пример 1**. В системе, изображенной на рисунке 10, массы нижнего и верхнего брусков и соответственно. Какую силу нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он двигался с постоянным ускорением  . Коэффициент трения между брусками 0,5; между нижним бруском и столом 0,2.

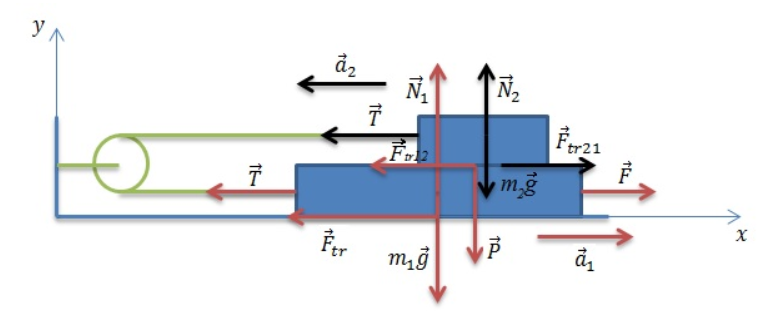


*Рис.10*

*Решение*

1. Свяжем систему отсчета с поверхностью, относительно которой движется нижнее тело.

2. Выполним чертеж с указанием всех сил, действующих на тело (рис.11). На верхний брусок действует 4 силы: тяжести, натяжения нити, реакции опоры и сила трения между брусками (очевидно, что брусок движется влево относительно нижнего, значит сила трения будет направлена вправо). На нижний брусок действуют силы: тяжести, реакции опоры, натяжения нити, две силы трения (со стороны верхнего бруска и поверхности, причем сила трения, действующая со стороны верхнего бруска направлена влево, т.к. нижний брусок движется относительно верхнего вправо), сила с которой тянут брусок, а также вес верхнего бруска.



*Рис.11*

3. Запишем второй закон Ньютона для каждого тела и найдем проекции векторов на координатные оси. Для нижнего тела имеем

В проекциях на координатные оси

Для верхнего тела получим

В проекция на координатные оси

4. Запишем дополнительные соотношения. Силы трения и , а также и есть результат взаимодействия нижнего и верхнего бруска, а значит, согласно третьему закону Ньютона справедливы равенства

Кроме того, учитывая, что тела связаны нитью получим равенство ускорений тел .

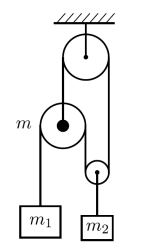
Учтем все вышесказанное при нахождении модулей силы трения. Тогда

Перепишем полученные в п.3 уравнения

5. Кинематические уравнения в данной задаче не требуются, поэтому переходим к п.6.

6. Решим полученную в п.4 систему уравнений относительно неизвестной величины, для этого вычитаем из первого уравнения второе (чтобы избавиться от модуля силы натяжения):

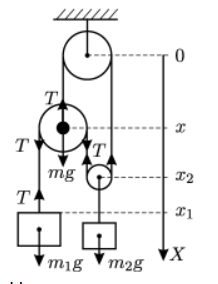
**Пример 2**. В системе, показанной на рисунке 12, отрезки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. Найдите ускорение груза массой , подвешенного на нити к лёгкой оси подвижного блока. Масса оси другого подвижного блока равна , масса первого груза равна . Трением и массой всех блоков пренебречь. Все нити невесомые и нерастяжимые. Ускорение свободного падения равно g.



*Рис.12*

Решение

Направим координатную ось вертикально вниз (см. рис. 13). Тогда, если координаты тяжёлой оси блока, первого груза и второго груза равны соответственно, условие нерастяжимости нити имеет вид:



*Рис.13*

Это соотношение справедливо для любых двух близких моментов времени , откуда следует связь изменений координат за время :

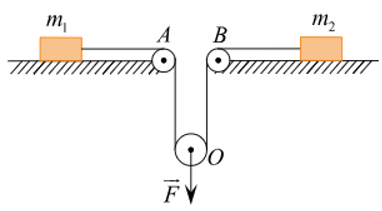
Деля полученное уравнение на , находим связь скоростей грузов и блока:

Повторяя описанную процедуру, получаем соотношение, связывающее проекции ускорений первого груза, второго груза и тяжёлой оси блока на ось :

Обозначим через силу натяжения нити, прикреплённой к первому грузу и тяжёлой оси блока (сила натяжения постоянна вдоль нити, так как нить невесома). Тогда уравнения движения грузов и оси блока, спроецированные на координатную ось X, имеют вид:

Решая совместно четыре последних уравнения, получаем:

**Пример 3**. Задачи с обоснованием (ЕГЭ -24, задача 26)

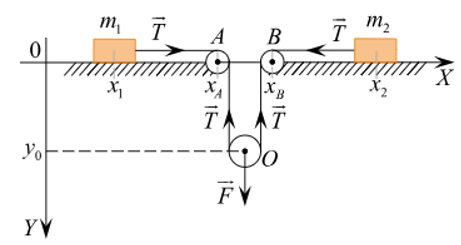
На гладкой горизонтальной плоскости лежат два груза массами и соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных (А и В) и один подвижный (О) невесомые блоки, как показано на рисунке. Оси блоков горизонтальны, трения в осях блоков нет. К оси О подвижного блока приложена направленная вертикально вниз сила . Найдите ускорение этой оси. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы и блок. Какие законы Вы используете для описания движения брусков? Обоснуйте их применение.

**Решение**

*Обоснование*

1. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной.
2. Бруски движутся поступательно. Следовательно, их можно считать материальными точками.
3. Подвижный блок невесом. На каждый брусок действуют сила тяжести и сила натяжения нити. На гладкой поверхности и в блоках отсутствует сила трения. Поэтому для описания движения каждого бруска по горизонтальной поверхности в инерциальной системе отсчета под действием этой силы с ускорением можно применять второй закон Ньютона.
4. Нить невесома. Значит, силы натяжения нити, действующая на каждый брусок и на подвижный блок, имеет одинаковое по модулю значения.
5. Нить нерастяжима. Поэтому можно составить уравнение кинематической связи между ускорениями брусков и подвижного блока.

*Решение*

Нарисуем силы *Т* натяжения нити, одинаковые, в силу условия задачи, вдоль всей нити и действующие на грузы и блок *О* (см. рис.). Введём систему координат *XY*, как показано на рисунке, и запишем уравнения движения грузов в проекции на ось *X*:

В силу невесомости блока *О* имеем или

В силу нерастяжимости нити () и неподвижности блоков *А* и *В* (их координаты и постоянны) имеется следующая кинематическая связь между координатами и грузов и координатой блока *О* (здесь радиус блоков *А* и *В*, радиус блока *О*):

или

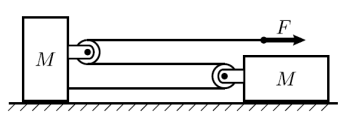
и значит

Решаем записанную систему уравнений и получаем ответ:

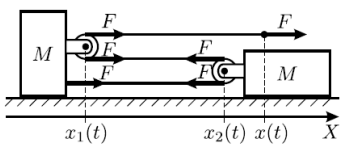
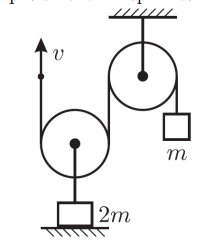
Задания для самостоятельной работы.

1. К грузу массой 7 кг подвешен на верёвке груз массой 5 кг. Масса верёвки 4 кг. К первому грузу приложена направленная вверх сила, равная 240 Н. Найти натяжения в средине верёвки. Ускорение свободного падения принять равным 10 Нить нерастяжима.
2. На приведенных ниже рисунках изображены системы блоков. Покажите на рисунках силы натяжения нитей и укажите, как связаны их модули.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Задание | Ответ |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |

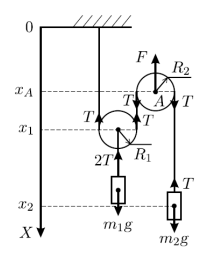
1. В системе, изображённой на рисунке, блоки имеют пренебрежимо малые массы, нить невесомая и нерастяжимая, не лежащие на блоках участки нити горизонтальны. Массы грузов, лежащих на горизонтальной плоскости, одинаковы и равны . Нить тянут за свободный конец в горизонтальном направлении с силой . С каким ускорением движется конец нити, к которому приложена эта сила? Трения нет, движение грузов считайте поступательным.

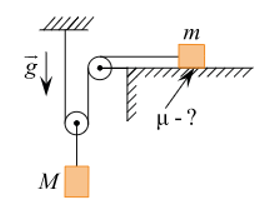
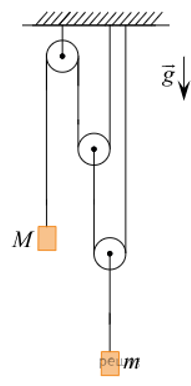
Ответ: , рис. к задаче с указанием сил



1. В системе, изображённой на рисунке, нить невесома и нерастяжима, блоки невесомы, трение отсутствует. Массы грузов равны и . Найдите ускорение оси блока A, к которой приложена в вертикальном направлении сила . Ускорение свободного падения равно g.

Ответ: , рис. к задаче с указанием сил

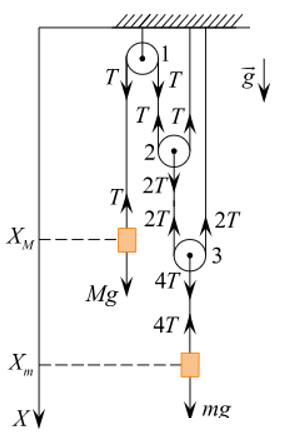


1. В системе, изображённой на рисунке, масса груза, лежащего на шероховатой горизонтальной плоскости, равна . При подвешивании к оси подвижного блока груза массой он движется вниз с ускорением . Чему равен коэффициент трения между грузом массой и плоскостью? Нити невесомы и нерастяжимы, блоки невесомы, трение в осях блоков и о воздух отсутствует. Какие законы Вы используете для описания движения грузика и бруска? Обоснуйте их применение.

Ответ:

1. Найдите модуль ускорения груза массой в системе, изображённой на рисунке. Трения нет, блоки невесомы, нити лёгкие и нерастяжимые, их участки, не лежащие на блоках, вертикальны, масса второго груза , ускорение свободного падения равно g. Какие законы Вы использовали для описания движения тел и блоков? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Ответ: , рис. к задаче с указанием сил



Литература:

1. Демидова М.Ю., Грибов В.А. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по ФИЗИКЕ/ М.Ю. Демидова, В.А. Грибов. –Москва, 2023. – Режим доступа: <https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy>
2. <http://www.fizika-online.ru/-> [Физика-онлайн](http://www.fizika-online.ru/)/Сайт учителя физики Потапенко Павла Сергеевича
3. https://phys-ege.sdamgia.ru/?redir=1 – Образовательный портал для подготовки к экзаменам/ Сдам ГИА/ Решу ЕГЭ/ Физика