«ОДОБРЕНО»

 РУМО по общему образованию

 Протокол №4 от 30.09.2024 г.

**Комплекс мер по повышению качества обучения по учебному предмету «Математика» с учетом результатов ГИА по основным общеобразовательным программам основного общего и среднего общего образования в 2024 году**

***Составители:***

***Шилова Галина Николаевна***, *заведующий кафедрой* *математики и информатики ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», председатель ПК Вологодской области по математике, кандидат физико-математических наук*

***Ганичева Елена Михайловна***, *методист сектора естественнонаучного и технологического образования Центра непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников в городе Вологда АОУ ВО ДПО «ВИРО», руководитель рабочей группы при региональном учебно-методическом объединении по общему образованию по учебным предметам «Математика», «Информатика», кандидат педагогических наук*

1. **Содержательный анализ выполнения обучающимися заданий контрольно-измерительных материалов ГИА в форме ОГЭ и ЕГЭ по математике в 2024 году. Определение «проблемных зон» и типичных затруднений в освоении обучающимися элементов содержания / умений и видов деятельности**

Каждый вариант КИМ ОГЭ по математике 2024 г. включал 25 заданий и состоял из двух частей. Часть 1 содержала 19 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби; часть 2 – 6 заданий с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Анализируя результаты выполнения заданий части 1 экзаменационной работы **по содержательным разделам школьного курса математики**, можно отметить, что **средний процент выполнения** заданий по **разделу «Числа и вычисления»** составил **75,39%**; **по разделу «Алгебраические выражения» - 69,90%;** **по разделу «Уравнения и неравенства» - 71,05%;** **по разделу «Числовые последовательности» - 73,41%; по разделу «Функции» - 70,31%, по разделу «Координаты на прямой и плоскости» - 72,71%, по разделу «Геометрия» - 74,80%, по разделу «Статистика и теория вероятностей» - 74,23%.**

Таким образом, можно констатировать, что основные элементы содержания по всем разделам усвоены лучше, чем в 2023 году. Повысился процент выполнения заданий по разделам «Числа и вычисления» (69,06% в 2022 г., 67,52% в 2023 г., 75,39 в 2024 г.), «Алгебраические выражения» (63,30% в 2022 г., 61,73% в 2023 г., 69,60% в 2024 г.), «Уравнения и неравенства» (71,05% в 2022 г., 68,87% в 2023 г., 71,05% в 2024 г.), «Числовые последовательности» (71,10% в 2022 г,, 67,76% в 2023 г., 67,76% в 2023 г.), «Функции» (71,31% в 2022 г,, 69,88% в 2023 г., 70,31% в 2024 г.), «Координаты на прямой и плоскости» (89,10% в 2022 г,, 70,77% в 2023 г., 72,71% в 2024 г.) «Геометрия» (69,74% в 2022 г., 67,16% в 2023 г., 74,80% в 2024 г.), «Вероятность и статистика» (79,60% в 2022 г,, 70,43% в 2023 г., 74,23% в 2024 г.).

Улучшились результаты выполнения заданий на формирование умения решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире (62.38% в 2022 г., 63.04% в 2023 г., 72.12% в 2024 г.), умение извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах (79,9% в 2022 г., 77,78% в 2023 г., 80,21% в 2024 г.); умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач (67,10% в 2022 г., 75,53% в 2023 г., 77,36% в 2024 г.); умение использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни (71,10% в 2022 г., 64,63% в 2023 г., 78,57% в 2024 г.); умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей (71,55% в 2022 г., 69,66% в 2023 г., 78,29% в 2024 г.);

 Ниже стали результаты по формированию умения выполнять действия с числами, представлять числа на координатной прямой, умения делать прикидку и оценку результата вычислений (86,30% в 2022 г., 82,31% в 2023 г., 84,28% в 2024 г.); умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновозможными элементарными событиями (79,60% в 2022 г., 80,62% в 2023 г., 76,68% в 2024 г.); умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов реальной жизни, умение выражать формулами зависимости между величинами (63,30% в 2022 г., 73,33% в 2023 г., 63,8% в 2024 г.); Уровень сформированности умения выполнять расчеты по формулам, преобразования выражений, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности практически не изменился.

**При анализе результатов выполнения работы по группам заданий разных уровней сложности можно отметить, что средний процент выполнения заданий базового уровня сложности составил 74,06%, заданий повышенного уровня сложности – 11,60%, высокого уровня – 4,31%.** Таким образом, учащиеся справляются с заданиями базового уровня, но при решении заданий повышенного и высокого уровней испытывают затруднения. В сравнении с 2023 годом результаты решения заданий базового уровня повысились (64,46% в 2023 году, 74,06% – в 2024 году; результаты решения заданий повышенного уровня стали ниже (18,74% в 2023 году, 11,60% в 2024 году); результаты решения заданий высокого уровня повысились (2,65% в 2023 году, 4,31% в 2024 году).

Участники, не преодолевшие минимальный порог, лучше всего справились с заданием №1 (процент выполнения 73,01%). При этом по сравнению с 2023 годом у участников этой группы увеличился процент выполнения заданий по всем разделам: «Числа и вычисления» (в 2023 году – 23,45%, в 2024 году – 29,73%), «Алгебраические выражения» (в 2023 году – 18,30%, в 2024 году – 23.14%), «Уравнения и неравенства» (в 2023 году – 19,01%, в 2024 году – 27,55%, «Числовые последовательности» (в 2023 году – 19,82%, в 2024 году – 30,00%), «Функции» (в 2023 году – 21,00%, в 2024 году – 31,07%), «Координаты на прямой и плоскости» (в 2023 году – 24,40%, в 2024 году – 31,94%), «Геометрия» (в 2023 году – 18,73%, в 2024 году – 27,62%), «Вероятность и статистика» (в 2023 году – 20,64%, в 2024 году – 28,86%).

Участники экзамена из группы обучающихся, получивших оценку «3», наиболее успешно справились с заданиями разделов «Числа и вычисления», «Числовые последовательности», «Геометрия», «Вероятность и статистика». В сравнении с 2023 годом у обучающихся этой группы результаты по перечисленным выше разделам улучшились: по разделу «Числа и вычисления» (57,55% в 2023 году, 61,86% в 2024 году), «Числовые последовательности» (53,58% в 2023 году, 59,82% в 2024 году), по разделу «Геометрия» (54,73% в 2023 году, 62,91% в 2024 году), по разделу «Вероятность и статистика» (59,75% в 2023 году, 60,69% в 2024 году). Ниже стал процент выполняемости заданий по разделам «Алгебраические выражения» (55,10% в 2023 году, 52,05% в 2024 году), «Уравнения и неравенства» (57,34% в 2023 году, 55,21% в 2024 году) «Функции» (58,94% в 2023 году, 53,90% в 2024 году), «Координаты на прямой и плоскости» (60,19% в 2023 году, 58,55% в 2024 году).

Участники экзамена из группы с хорошей подготовкой, получившие на экзамене оценку «4», более чем на 85% справились с заданиями части 1 всех разделов, кроме раздела «Функции». Выше стал средний процент выполняемости заданий по разделам: «Числа и вычисления» (81,13% - в 2023 году, 88,92% - в 2024 году), «Алгебраические выражения» (84,61% - в 2023 году, 85,48% - в 2024 году), «Числовые последовательности» (78,26% - в 2023 году, 86,43% - в 2024 году), «Геометрия» (83,25% - в 2023 году, 86,92% - в 2024 году), «Вероятность и статистика» (85,73% в 2023 году, 87,60% в 2024 году). На том же уровне остался результата по разделу «Координаты на прямой и плоскости» (85,29% в 2023 году, 85,64% в 2024 году). Ниже стал результат по разделам «Уравнения и неравенства» (87,38% в 2023 году, 85,39% в 2024 году), «Функции» (85,13% - в 2023 году, 84,31% - в 2024 году). У обучающихся этой группы возникли трудности при выполнении заданий части 2 повышенного уровня и высокого уровней сложности. По разделу «Алгебраические выражения» процент выполнения задания №20 в 2023 году – 36,41%, в 2024 году – 7,32%. По разделу «Уравнения и неравенства» процент выполнения задания №21 в 2023 году – 16,23%, в 2024 году – 12,67%;). По разделу «Геометрия» результат выполнения заданий повышенного уровня сложности повысился (процент выполнения задания №23 в 2023 году 25,98%, в 2024 году – 3,59%, процент выполнения задания №24 в 2023 году 3,02%, в 2024 году – 4,47%).

В группе обучающихся, получивших оценку «5», результат выполнения заданий базового уровня сложности по всем разделам выше 94%. В сравнении с 2023 годом стали выше результаты по разделам «Числа и вычисления» (90,42% - в 2023 году, 95,71% - в 2024 году), «Числовые последовательности» (91,27% - в 2023 году, 94,46% - в 2024 году), «Геометрия» (94,59% - в 2023 году, 95,58% - в 2024 году). Среди заданий повышенного уровня для обучающихся этой группы сложным оказалось задание №20 (средний процент выполнения в 2024 году составил 70,68%, в 2023 году средний процент выполнения был 89,86%).

Менее успешно справились выпускники с заданиями повышенной сложности по разделу «Геометрия». Средний процент выполнения задания №23 в 2024 году составил 64,00%, в 2023 году средний процент выполнения аналогичного задания был 88,65%. Средний процент выполнения задания №24 в 2024 году стал выше и составил 60,06%, в 2023 году средний процент выполнения аналогичного задания был 57,90%.

Результат выполнения заданий высокого уровня сложности стал значительно лучше: средний процент выполняемости задания №22 в 2024 году составил 55,54%, в 2023 году средний процент выполнения аналогичного задания был 29,19%; средний процент выполняемости задания №25 в 2024 году составил 8,6%, в 2023 средний процент выполнения аналогичного задания был 5,07%).

Сложными для участников экзамена оказались следующие задания:

 **Задание №4** на проверку умения решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире вызвало сложности у участников экзамена.

Формулировка задания:



Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Серёжа с папой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?

Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Неправильно составлена математическая модель задачи (выражение для вычисления времени); ошибка при вычислении длины пути; ошибки при вычислении времени движения на каждом из отрезков, ошибки при работе с единицами измерения.

Причинами неверного выполнения такого задания могут быть ошибки при выполнении предшествующих заданий №1, №2 и №3, т.е. неправильно определили объекты; не определили геометрический объект – треугольник, длины сторон которого надо найти; не умеют применять теорему Пифагора; допустили вычислительную ошибку; ошиблись с масштабом; не умеют составить математическую модель задачи; не умеют работать с единицами измерения; неправильно выбрали нужное значение скорости движения.

Результаты выполнения задания №2 позволяют предположить, что у многих девятиклассников возникли трудности с определением времени в пути, если известны расстояние и скорость движения.

Для тренировки в решении заданий такого типа необходимо систематически использовать практикоориентированные задания как на уроках математики, так и для домашней работы. Работу над заданием организовать таким образом, чтобы вначале обучающиеся поработали с текстом задания, затем подробно рассмотреть ход решения задачи, желательно разными способами. Обратить внимание на то, какие математические понятия, объекты, формулы, теоремы используются при решении задания. Рекомендуется предложить обучающимся самостоятельно задать вопрос или составить задачу по этому же сюжету и решить её.

**Задание №6** на проверку умения выполнять действия с числами, представлять числа на координатной прямой; умение делать прикидку и оценку результата вычислений, средний процент выполнения составил 81,21%. Средний процент выполнения задания в группе выпускников, получивших оценку «2», составил 31,91%, что несколько выше результата предыдущих лет.

Формулировка задания:



Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Арифметические ошибки.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: не знают алгоритм деления обыкновенных дробей, не умеют выполнять арифметические действия с числами, невнимательность.

Процент выполнения задания в сравнении с 2023 годом стал выше, в 2023 году в задании №6 предлагалось найти сумму двух десятичных дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями вызывают трудности у всех групп выпускников.

Для успешного выполнения задания необходимо формировать у обучающихся навыки выполнения арифметических действий с обыкновенными и десятичными дробями. В процессе подготовки рекомендуется использовать многокомпонентные упражнения.

Например, в традиционной формулировке задание выглядит так: «Найдите значение выражения».

Предпочтительный вариант формулировки задания:

Выполните задания:

1. Найдите значение выражения:
2. Выполните проверку ответа.
3. Самостоятельно составьте аналогичное числовое выражение, найдите его значение и выполните проверку ответа.

На уроках математики следует уделять больше внимания развитию вычислительной культуры обучающихся (устные и письменные вычисления, прикидка и оценка полученного результата), совершенствованию умения проводить вычисления в различных ситуациях, включая практикоориентированные задачи.

**Задание №8** на проверку умения выполнять расчёты по формулам, преобразования выражений, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности. Задание оказалось действительно трудным для всех групп участников.

Формулировка задания:

 

Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибки при возведении степени в степень, делении степеней, вычислительные ошибки.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: участники экзамена не знают свойства степеней, не умеют выполнять арифметические действия со степенями, невнимательность. Таким образом, есть затруднения, связанные с незнанием свойств степеней и неумением применить их при решении задачи.

Для улучшения выполняемости задания необходимо мотивировать обучающихся к запоминанию свойств степеней; в процессе подготовки использовать систему заданий по выполнению арифметических действий со степенями; включать задания со степенями в устный счет на каждом уроке алгебры.

**Задание №11** на проверку сформированности умения строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами. Формулировка задания:



Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибка в распознавании графиков функции, вычислительные ошибки.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: не знают способы расположения графика линейной функции в зависимости от коэффициентов уравнения прямой, не сформированы навыки выполнения вычислений, невнимательность.

В сравнении с вариантом 2023 года показатели выполнения ниже. Таким образом, есть затруднения, связанные с незнанием уравнений прямой, соответствующих им графиков функций.

Для повышения качества выполнения задания следует мотивировать обучающихся на запоминание способов расположения графиков функций на координатной плоскости в зависимости от коэффициентов уравнения прямой; использовать задания на построение графика функции по её уравнению. Для демонстрации графиков функций рекомендуется использовать программную среду Геогебра.

**Задание №12** на проверку умения выполнять расчёты по формулам, преобразования выражений, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности. У выпускников, получивших отметки «4» и «5», это умение сформировано.

Формулировка задания:



Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибка выражения их формулы одной величины из другой, вычислительная ошибка.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: неумение выразить из формулы одну величину через другую, невнимательность.

По условию задачи требовалось определить радиус окружности, пользуясь формулой для вычисления центростремительного ускорения, если известны угловая скорость и центростремительное ускорение. В 2023 году участникам экзамена предлагалась аналогичная задача. Можно отметить, что у выпускников, получивших отметки «2» и «3» не сформировано умение выражать одну величину через другую, используя формулу.

Для успешного выполнения задания требуется формирование умения выразить из формулы одну величину через другую и выполнить арифметические действия. В процессе подготовки желательно использовать многокомпонентные упражнения. Следует уделять больше внимания развитию вычислительной культуры обучающихся (устные и письменные вычисления, прикидка и оценка полученного результата), совершенствованию умения проводить вычисления в различных ситуациях, включая практикоориентированные задачи.

**Задание №13** на проверку умения решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем. Во всех группах выпускников наблюдаются затруднения при решении системы линейных уравнений.

Формулировка задания:



Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибка выражения из формулы переменной величины, вычислительная ошибка в решении неравенства, ошибка при выборе решения неравенства, ошибка при определении решения системы неравенств.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: неумение выразить в неравенстве одну величину через другую, невнимательность, недостаточно сформированы вычислительные навыки.

По условию задачи требовалось решить систему линейных неравенств. Можно отметить, что у выпускников, получивших отметки «2» и «3» не сформировано умение решения линейного неравенства и системы линейных неравенств.

Для повышения качества выполнения задания требуется мотивировать обучающихся на запоминание алгоритмов решения неравенств, формировать умения выполнения арифметических действий; использовать графическое представление решения неравенства и системы неравенств.

**Задание №16** на проверку сформированности умения применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей, средний процент выполнения составил 51,04%. При этом средний процент выполнения задания в группе выпускников, получивших оценку «2», составил всего 7,05%, что свидетельствует о непонимании участниками экзамена этой группы смысла понятий «вписанный угол», «центральный угол». В группе участников, получивших оценку «3», средний процент выполняемости равен 27,33% Это также говорит о том, что у участников этой группы умение не сформировано. Для выпускников данных групп задание оказалось трудным. В группах участников экзамена, получивших отметки «4» и «5», средний процент выполнения составил 67,55% и 92,75% соответственно.

Формулировка задания:

На окружности по разные стороны от диаметра АВ взяты точки M и N. Известно, что ∠NBA = 68°. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.

Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибка в определении геометрического объекта, ключевого для решения задачи, ошибка при применении формулы, вычислительная ошибка.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: непонимание смысла терминов «вписанный угол», «центральный угол», незнание свойств центрального и внутреннего углов, вычислительные ошибки, невнимательность.

Рекомендуется при повторении курса геометрии для преодоления устойчивых ошибок систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки использовать технологию составления блока заданий.

**Задание №19** на проверку сформированности умения распознавать истинные и ложные высказывания, средний процент выполнения составил 71,57%. При этом средний процент выполнения задания в группе выпускников, получивших оценку «2», составил 33,78%, что показывает повышение уровня сформированность умения у участников экзамена этой группы в сравнении с 2023 годом (в 2023 году 31,74%. Можно отметить, что для всех групп участников экзамена результат выполнения этого задания оказался выше, чем в 2023 году. В группе участников, получивших оценку «3», средний процент выполняемости равен 57,32% (в 2023 году 39,20%). Для выпускников данной группы это задание оказалось трудным. В группах участников экзамена, получивших отметки «4» и «5», средний процент выполнения составил 83,70% и 94,88% соответственно (в 2023 году – 57,38% для получивших оценку «4» и 84,26% для получивших оценку «5»).

Формулировка задания:

Определить, какие из утверждений верны.

Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.

Основания любой трапеции параллельны.

Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.

Типичные содержательные ошибки испытуемых:

Ошибка в распознавании утверждения, ошибка в построении логической цепочки заключений.

Причины неверного выполнения такого рода заданий: незнание ключевых понятий, формулировок теорем и следствий из них, несформированность умения логически рассуждать.

Рекомендуется при повторении курса геометрии систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. Желательно использовать тестовые технологии, а также цифровые инструменты для демонстрации истинности утверждений.

**Задание №20** повышенного уровня сложности на проверку сформированности умения решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем. Формулировка задания:



 Типичные ошибки:

* неверное применение формул сокращённого умножения;
* деление обеих частей неравенства на общий буквенный множитель;
* неверное разложение выражения на множители;
* отсутствие дальнейшего исследования после нахождения нулей выражения;
* неравносильная замена неравенства на систему двух неравенств того же знака (ошибочное заключение: если произведение меньше нуля, то каждый множитель меньше нуля);
* применение неверного утверждения: если разность равна нулю, то каждый компонент действия равен нулю.

Возможные причины ошибок

* незнание способов решения нелинейного неравенства, в частности метода интервалов;
* несформированность умений и навыков работы с выражениями, усложнёнными наличием в записи квадратного корня из числа.

Для повышения качества выполнения задания необходимо формировать навыки работы по преобразованию выражений, отрабатывать способы решения линейных неравенств, особенно обратить внимание на метод интервалов.

**Задание №21** повышенного уровня сложности на проверку сформированности умения решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение. Формулировка задания:

Моторная лодка прошла против течения реки 288 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

 Типичные ошибки:

* нерационально введена переменная и, как следствие, неверно составлена математическая модель (уравнение);
* неверное выражение других величин в задаче через введенную переменную и, как следствие, неверно составлена математическая модель (уравнение);
* ошибки при решении дробно-рационального уравнения: неверно найдены дополнительные множители.

Возможные причины ошибок:

* отсутствие умения осмысленно читать и понимать условие задачи и, как следствие, находить верный способ решения;
* отсутствие умения через введенную переменную выражать другие величины в задаче и, как следствие, правильно составлять уравнение для её решения.

В процессе подготовки необходимо обратить внимание на обучение построению математической модели для решения задачи, на отработку навыков решения дробно-рациональных уравнений.

**Задание №22** высокого уровня сложности на проверку сформированности умения строить и исследовать простейшие математические модели. Формулировка задания:

 

Типичные ошибки:

* неверное упрощение формулы функции: рассмотрен и раскрыт модуль только для случая х ≥ 0;
* нет на графике исследования значений параметра.

Возможные причины невыполнения задания:

несформированность умений и навыков по построению графика функции.

Для повышения качества выполнения задания необходимо систематически использовать упражнения на построение графиков функций, предлагать задания с элементами исследования, выполнять построения графиков как вручную, так и с использованием среды динамической геометрии, например, Геогебра.

**Задание №23** повышенного уровня сложности на проверку сформированности умения применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей.

Формулировка задания:

Найдите боковую сторону АВ трапеции ABCD, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 150°, а CD = 32.

 Типичные ошибки:

В задании 23 было лишь незначительное количество арифметических ошибок, в основном, ребята, приступавшие к решению, доводили его до конца. Проблемы у участников – недостаток обоснований в решении или из-за неверно построенной трапеции (неправильно изображают трапецию, чертят тупой угол, а подписывают значение острого угла, тем самым решают совсем другую задачу), подмена данных из условия задачи и, как следствие, неверное изображение рисунка.

Возможные причины ошибок

Невысокий процент выполнения этого задания связан с незнанием свойств трапеции, неумением доказывать утверждения, используемые при решении задачи.

Рекомендуется при повторении курса геометрии для преодоления устойчивых ошибок систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки использовать технологию составления блока заданий.

**Задание №24** повышенного уровня сложности на проверку сформированности умения оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний. Можно констатировать очень большой разрыв между результатами третьей и четвертой групп выпускников.

Формулировка задания:

Через точку О пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

 Типичные ошибки:

* неверные или недостаточные обоснования в ходе доказательства (не доказано равенство треугольников; несуществующий признак равенства треугольников по трём углам);
* ошибки при построении чертежа;
* ошибки при применении известных свойств параллелограмма, треугольников.

Возможные причины ошибок

Незнание свойств параллелограмма, треугольников, необходимых при решении задачи; несформированность умений и навыков по поиску способа решения задачи.

Рекомендуется в процессе подготовки находить возможности для устных ответов обучающихся по доказательству теорем, объяснению решений задач на доказательство по геометрии; систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки использовать технологию составления блока заданий.

**Задание №25** высокого уровня сложности на проверку сформированности умения применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей.

Формулировка задания:

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении 17:15, считая от точки В. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если BC=16.

 К выполнению задания приступило очень мало выпускников. К основным ошибкам, которые допустили те, кто в той или иной степени справился с данным заданием, относятся:

неумение доказывать утверждение;

непонимание взаимосвязи элементов геометрической конструкции;

ошибки в применении теоретических фактов;

отсутствие обоснования некоторых шагов в рассуждениях, которые привели обучающиеся.

Возможные причины ошибок

Незнание свойства биссектрисы угла треугольника, неумение применить свойство биссектрисы угла треугольника и формулу радиуса окружности, описанной около треугольника, при решении задачи, несформированность умений и навыков по поиску способа решения задачи.

Рекомендуется в процессе подготовки находить возможности для устных ответов обучающихся по доказательству теорем, объяснению решений задач на доказательство по геометрии; систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки использовать технологию составления блока заданий. Желательно применять приёмы поэтапного решения этой сложной задачи, начиная с подробного разбора хода решения, указания используемых математических объектов, фактов, теорем, снимая тем самым психологические барьеры, которые имеются у многих обучающихся по отношению к этому заданию.

**Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий по проверяемым элементам содержания**

**Перечень элементов** содержания/умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать **достаточным.**

***При выполнении заданий базового уровня***

**группа 1** – выпускники, имеющие высокий уровень выполнения задания по соответствующему критерию (т.е. **уровень проверяемых умений** и способов действий по соответствующему критерию достигает **свыше 90 %**);

**Результаты выполнения заданий №1 и №15 соответствуют высокому уровню**.

* умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели (1);
* умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, умение применять теорему о сумме углов треугольника.

**группа 2** - выпускники, имеющие средний уровень выполнения задания по соответствующему критерию (т.е. **уровень проверяемых умений** и способов действий по соответствующему критерию достигает **50 – 90 %**).

**Результаты выполнения заданий: №2, №3, №5, №6, №7, №8, №9, №10, №11, №12, №13, №14, №16, №17, №18, № 19 соответствуют среднему уровню:**

* умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели (2,3);
* умение извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах (5);
* умение выполнять действия с числами, представлять числа на координатной прямой; умение делать прикидку и оценку результата вычислений (6,7);
* умение выполнять расчёты по формулам, преобразования выражений, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности (8);
* умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем (9, 13);
* умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновозможными элементарными событиями (10);
* умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни (11);
* умение осуществлять практические расчёты по формулам (12);
* умение использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни (14);
* умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей (15,17,18);
* умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения (19).

***При выполнении заданий повышенного уровня***

группа 1 – выпускники, имеющие высокий уровень выполнения задания по соответствующему критерию (т.е. уровень проверяемых умений и способов действий по соответствующему критерию достигает свыше 60%);

 **Ни по одному заданию повышенного уровня не достигнут высокий уровень выполнения**.

группа 2 - выпускники, имеющие средний уровень выполнения задания по соответствующему критерию (т.е. уровень проверяемых умений и способов действий по соответствующему критерию достигает 15 - 60%).

**Результаты выполнения задания 21 соответствуют среднему уровню.**

- умение решать задачи разных типов, умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение (21).

**Перечень элементов** содержания/умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом **нельзя считать достаточным (проблемные зоны).**

***При выполнении заданий базового уровня***

**группа 3** - выпускники, имеющие **низкий уровень выполнения задания** по соответствующему критерию (т.е. уровень проверяемых умений и способов действий по соответствующему критерию достигает **ниже 50 %).**

**Результаты выполнения задания № 4 соответствуют низкому уровню**.

* умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире (4).

***При выполнении заданий повышенного уровня***

**группа 3** - выпускники, имеющие **низкий уровень выполнения задания** по соответствующему критерию (т.е. уровень проверяемых умений и способов действий по соответствующему критерию достигает **ниже 15 %).**

**Результаты выполнения заданий №20, 23, 24 соответствует низкому уровню**.

* умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем;
* умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей (23);
* умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний (24).

**Вероятной причиной затруднений** при подготовке могло стать то, что базовые понятия курса математики, арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями, формулы сокращенного умножения, приёмы решения текстовых задач изучались в 6 – 7 классах в период дистанционного обучения, т.е. «пробелы» в предметной подготовке.

**Анализ результатов позволяет выявить некоторые проблемы в системе обучения математике в основной школе. По всем содержательным модулям выявились серьезные недостатки в подготовке обучающихся. Многие выпускники продемонстрировали невладение важнейшими элементарными умениями, необходимыми для дальнейшего изучения курса математики. Это, прежде всего, решение неравенств с одной переменной; перевод условия задачи на математический язык; работа с формулой; понимание графической иллюстрации решения уравнения; применение основных геометрических фактов при решении задач.**

Также стоит отметить, что обучающиеся лучше справляются с заданиями алгоритмического характера, нежели с заданиями на понимание, практическое применение или решение задач.

Трудности, с которыми столкнулись обучающиеся, связаны и с неумением использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности.

Основные проблемы, возникающие при написании выпускниками экзаменационной работы, не изменились и отражают несформированность метапредметных навыков, наряду с умениями и навыками математических действий:

* неумение понять суть вопроса, содержание задания, приводящее к построению неверного хода решения;
* недостаточно развитые умения смыслового чтения, не позволяющие построить адекватную математическую модель по условию задания;
* неспособность грамотно сформулировать решение в письменном виде, небрежное оформление письменного решения задачи;
* недостаточные геометрические знания, слабая графическая культура;
* неумение проводить анализ условия задания при решении практических и ситуационных задач, неумение применять известный алгоритм в нестандартной ситуации;
* недостаточно развитые аналитические навыки;
* незнание фактического математического материала (понятий, определений, утверждений) и/или неумение его применить в конкретной задачной ситуации;
* неспособность осуществить самоконтроль при решении задания, что зачастую приводит к неверным решениям, нелепым ответам;
* недостаточная вычислительная культура, негативно отражающаяся на преобразовании выражений, решении уравнений и неравенств.

**Основные проблемы, с которыми столкнулись обучающиеся, связаны с неумением использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности.**

**Экзаменационная работа ЕГЭ по математике базового уровня** включала 21 задание с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

**В 2024 году изменений в содержании КИМ не было.**

В начале работы представлены практико-ориентированные задания, позволяющие продемонстрировать умение применять полученные знания из различных разделов математики при решении практических задач, затем следуют блоки заданий по геометрии, по алгебре и началам математического анализа.

Отметим, что произошли изменения распределения заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики, вместо раздела «Алгебра» появились два раздела: «Числа и выражения» и «Множества и логика». Остальные разделы сохранили свои названия. Анализируя показатели выполнения заданий экзаменационной работы по содержательным разделам школьного курса математики, можно отметить, что средний показатель выполнения заданий по разделу «Числа и выражения» составил 77,6%;

по разделу «Множества и логика» - 90%;

по разделу «Уравнения и неравенства» - 58,75% (в 2023 году - 52,50%);

по разделу «Функции» - 99% (в 2023 году - 95,67%);

по разделу «Начала математического анализа» - 98% (в 2023 году - 96,00%);

по разделу «Геометрия» - 74,60% (в 2023 году - 74,40%),

по разделу «Вероятность и статистика» - 87% (в 2023 году - 92,23%, в 2022 году - 94,75%).

**Таким образом, можно констатировать, что средний показатель освоения основных элементов содержания по разделам «Уравнения и неравенства», «Функции», «Начала математического анализа» выше, чем в 2023 году. По разделу «Вероятность и статистика» наблюдается тенденция к снижению результатов выполнения, по разделу «Геометрия результат остался на уровне 2023 года.**

При анализе показателей выполнения групп заданий, направленных на оценку различных способов действий, формируемых в процессе обучения математике, выделяют следующие умения:

 уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

уметь выполнять вычисления и преобразования;

 уметь решать уравнения и неравенства;

 уметь выполнять действия с функциями;

 уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

 уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

**Средний показатель освоения умений выполнять вычисления и преобразования в 2024 году составил 76,80% (в 2023 году - 74,50%);**

**умений решать уравнения и неравенства – 61% (в 2023 г. - 47,50%, в 2022 году - 71,33%);**

**умений выполнять действия с функциями - 98,00% (в 2023 году - 96,00%);**

**умений выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами - 80,5% (в 2023 году - 74,4%); умений строить и исследовать математические модели - 66,4% (в 2023 году - 61,4%, в 2022 году - 69,14%);**

**умений использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни - 86,25% (в 2023 году - 92,00%).**

Улучшились показатели по формированию умений выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, умений выполнять вычисления и преобразования, умений выполнять действия с функциями. Снизились показатели по формированию умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, умения решать уравнения и неравенства, умения строить и исследовать простейшие математические модели. Уровень сформированности умений решать уравнения и неравенства, строить и исследовать математические модели носит колебательный характер.

При анализе показателей выполнения работы по группам заданий разных уровней сложности можно отметить, что средний показатель выполнения заданий базового уровня сложности составил 76,3% (в 2022 году - 73,14%).

**Участники экзамена демонстрируют в целом высокую степень овладения базовыми умениями.** Анализируя показатели выполнения заданий экзаменационной работы, можно сделать вывод о том, что все задания №1–№17, №21 выполнены с превышением 50% успешности. Вместе с тем отметим, что среди указанных номеров наибольшие трудности вызвали задания №11, связанное с нахождением объема тела, погруженного в жидкость (51%) и задание №21 – текстовая задача на построение простейшей математической модели (58%).

Однако есть ряд заданий, выполнение которые вызвало затруднения у большого количества выпускников, выбравших экзамен по математике базового уровня.

Это, в первую очередь, задание №20, проверявшее умение решать текстовые задачи разных типов, решать уравнения – в целом решили это задание 17% участников, что ниже планируемых 50%. Не справились участники с неудовлетворительным результатом, только 1% и 2% участников из групп с оценками «3» и «4» справились, участники, получившие за экзамен оценку «5», также затруднялись – только 20% участников из этой группы справились с заданием.

Средние показатели выполнения следующей группы заданий выше 50% за счет того, что большинство участников из группы сильнейших справились с заданием - показатель выполнения выше 50%. Но три группы участников затруднялись при выполнении этих заданий.

**Задание №11** – на умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы – выполнили в среднем по региону больше половины участников – 52% выполнения. Но в группах с оценками «2, «3», и «4» наблюдаются довольно низкие показатели: соответственно 0%, 6% и 29%, что ниже планового показателя - 50%.

**Задание №12,** проверявшее умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, также вызвало затруднение у участников с неудовлетворительным и удовлетворительным результатами: показатели выполнения соответственно 0% и 13%. Из группы участников с оценкой «4» справилась половина участников.

Трудности возникли у участников экзамена при выполнении **задания №18**, проверяющего умение решать неравенства и располагать множество решений на координатной прямой. Только группа участников, получивших оценку «5», преодолела порог в 50% (65%), у остальные групп участников показатели выполнения соответственно 20%, 11% и 21%.

Далее считаем необходимым отметить низкие показатели выполнения **задания №19**, проверяющее умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи. Так, в группах участников с удовлетворительными и хорошими результатами с заданием справились 1% и 8% участников, из группы с оценкой «2» никто не справился.

**Задание №21**, проверявшее умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, - текстовая задача на построение простейшей математической модели – выполнили в среднем только 58%: участники с результатом «2» не решили задачу, доля участников с оценкой «3», выполнивших это задание – 26% и менее половины участников из группы с оценкой «4» справились с этой задачей – 45%.

Перечень заданий, в которых затруднились участники с неудовлетворительным и удовлетворительным результатом, можно пополнить:

**задание №10**, проверявшее умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, (показатели выполнения соответственно 0% и 31% - ниже планируемых 50%),

**задание №13** на умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы (показатели выполнения в этих группах 0% и 22% - ниже планируемых 50%),

**задание №16** на вычисление значений и преобразования выражений выполнили 20% участников с оценкой «2» и 39% участников с оценкой за экзамен «3» - эти показатели ниже 50%.

**задание №17**, проверявшее умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, выполнили только 27% участников с оценкой «3», участники с оценкой «2» не приступали к выполнению задания.

**Таким образом, наибольшие затруднения у участников экзамена вызвали задания: №11, №12, №17, №18, №19 №20 и №21.**

Рассмотрим выполнение экзаменационной работы участниками с разным уровнем математической подготовки.

Участники, не преодолевшие минимальный порог - «2», лучше всего справились с заданиями №2, №3, №7, №8 (показатель выполнения более 50%). Остальные задания в решении вызвали значительные трудности, в частности 0% выполнения у этой группы участников за задания №6, №10, №11,№12, №13, №17, №19, №20, №21. Таким образом, лучше участники этой группы справляются с заданиями, связанными с использованием приобретенных знаний в повседневной жизни (№2, №3), умением строить простейшие математические модели и выполнять действия с функциями (№8, №7).

Участники экзамена из группы, получившей оценку «3», наиболее успешно справились с заданиями №1-4, №7– показатель выполнения выше 80%. Наибольшие сложности возникли при решении заданий №11 (6%), №12 (13%), №18 (11%), № 19 (1%), №20 (1%). Хорошо справились участники этой группы с заданием №8 (77%).

Таким образом, участники этой группы хорошо решают задания, связанные с использованием приобретенных знаний в повседневной жизни (задания №2, №3), умением строить простейшие математические модели и выполнять действия с функциями (задания №8, №7). Решение стереометрических задач и текстовых задач на движение вызывает значительные трудности.

Участники экзамена из группы с хорошей подготовкой (оценка «4») со всеми заданиями, кроме №11, №12, №18-21, справились с результатом 70% и выше. Наибольшие трудности у данной группы вызвали задания №18 - №21. Заметим, что процент выполнения указанных заданий выше, чем в двух ранее рассмотренных группах, однако он существенно ниже 50%. Таким образом, показатели выполнения заданий, связанных с умением решать неравенства, задачи, связанные с построением и исследованием математической модели (№20, №21), свидетельствуют о недостаточном усвоении указанного материала.

В группе участников, получивших максимальный балл (оценка «5»), показатель выполнения заданий №1-№10, №12-17 - 80% и выше, за задания №11 - 78%, №18 – 65%, №20 - 32%, №21 - 75%. Это свидетельствует о хорошей подготовке данной группы участников экзамена.

**Основываясь на рекомендованных граничных значениях (выполнение заданий базового уровня не менее, чем на 50%), делаем вывод, что обучающиеся в целом успешно справились с заданиями экзаменационной работы. Высокие показатели выполнения заданий в разных группах, кроме тех, кто получил оценку «2», в целом также свидетельствуют о достаточном уровне обученности и подготовки.**

Проведем содержательный анализа заданий, оказавших наиболее сложными для выпускников:

**Задание №11.**

В открытом варианте КИМ №313 приведена формулировка этого задания:

 *В бак, имеющий форму цилиндра, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.*

Для решения необходимо знать формулу объёма цилиндра.

Типичные ошибки при выполнении могли быть связаны с незнанием формулы объема цилиндра, с неумением переводить кубические сантиметры в литры, а также с вычислительными ошибками.

Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – 8000 (13%) - мог быть связан с тем, что школьники не учли, что в баке уже было налито 5 л воды. 4% участников дали ответ «3», что можно объяснить либо невнимательным чтением условия задачи, либо неумением переводить литры в кубические сантиметры.

Для улучшения результатов необходимо уделить внимание закреплению решения геометрических задач (в частности, стереометрических, которые изучаются в 10-11 классах), на задачи, связанные с переводом одних единиц в другие.

**Задание №12.**

Это задание на проверку умения использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

Формулировка задания:



Для решения задания необходимо знать понятия «диаметр окружности», «вписанный угол», формулировку теоремы Пифагора.

Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – 34 - мог быть получен скорее по невнимательности, чем по незнанию того, чем отличается радиус от диаметра.

Рекомендуется при повторении курса геометрии для преодоления устойчивых ошибок систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки использовать технологию составления блока заданий.

**Задание №17.**

Задание направлено на проверку умения решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения.

Формулировка задания:

Найдите корень уравнения: 4 – 2х = - 4х + 5

Для успешного выполнения задания необходимо знать алгоритмы решения простейших уравнений. Ошибочные ответы могут быть связаны либо с несформированностью навыка решения уравнений, либо с ошибками при выполнении вычислений.

Рекомендуется организовать систематическую работу по решению простейших рациональных, иррациональных, показательных, тригонометрических и логарифмических уравнений, использовать индивидуальные задания.

**Задание №18.**

Типичные ошибки при выполнении могли быть связаны:

- с неумением решать дробно-рациональные, показательные, логарифмические неравенства;

- с незнанием метода интервалов;

- с неумением располагать числа и промежутки на числовой прямой.

Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – «3214» (16%) - мог быть связан с тем, что школьники не умеют расставлять знаки на числовой прямой при решении дробно- рациональных неравенств методом интервалов.

 При изучении метода интервалов следует отработать алгоритм расставления знаков на числовой прямой в случае простых и кратных корней.



**Задание №19** из открытого варианта КИМ №313:

*Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении и на 6, и на 5 даёт равные ненулевые остатки, и первая цифра в записи которого является средним арифметическим двух других его цифр. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.*

Типичные ошибки при выполнении могли быть связаны:

- с незнанием признаков делимости на 5, 2, 3;

- с неумением работать с делением чисел с остатком.

Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – «480» (13%) - мог быть связан с тем, выпускники невнимательно прочитали условие задачи.

**Задание №20** вызвало затруднение у подавляющего большинства участников - решили задачу только 17% участников.

Формулировка из варианта КИМ №313: *Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 30 км/ч, вторую треть – со скоростью 150 км/ч, а последнюю – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.*

Типичные ошибки связаны с незнанием понятия и неумением находить среднюю скорость автомобиля. Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – «93» (16% и вееров ответов) - мог быть связан с тем, что выпускники взяли среднее арифметическое трех чисел из условия задачи и результат округлили.

Таким образом, анализ выполнения заданий свидетельствует о необходимости обращать больше внимания на решение текстовых задач, решение неравенств методом интервалов, изучение геометрии, решение простейших неравенств.

**Задание №21** направлено на проверку умения решать задачи разных типов.

Формулировка задания:

Улитка за день заползает вверх по дереву на 2 м, а за ночь сползает на 1 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка доползёт до вершины дерева, начав путь от его основания?

Типичные ошибки связаны с тем, что выпускники не вполне понимают суть происходящего процесса, не учитывают значимое условие «доползет до вершины», поэтому наиболее распространенный ошибочный ответ – 10 дней.

Рекомендуется чаще предлагать обучающимся подобные текстовые задачи как для работы на уроке, в том числе во время устного счета, так и для работы дома.

**Из анализа результатов выполнения заданий КИМ 2024 года можно сделать следующие выводы, чтов целом выпускники региона достаточно успешно справились с выполнением заданий, проверяющих следующие умения:**

* умение строить и исследовать простейшие математические модели (задание №5, задание №6, задание №8);
* умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (задание №9, задание №10, задание №12, задание №13);
* умение выполнять вычисления и преобразования (задание №1, задание №14, задание №15, задание №16);
* умение выполнять действия с функциями (задание №7);
* умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задание №2, задание №3, задание №4).

**Наиболее успешно учащиеся справляются с заданиями №1 - №4, заданием №7, заданием №8, заданием №9 (средний процент выполнения 90% и выше).**

**Показатели выполнения заданий №18, №19, №20 нельзя считать достаточными (не соответствуют планируемому результату, средний процент выполнения менее 50%), т.е. на базовом уровне недостаточно сформированы умения:**

* решать уравнения и неравенства (задание №18);
* строить и исследовать простейшие математические модели (задание №20);
* умение выполнять вычисления и преобразования (задание №19).

**КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2024 г.** состояли из двух частей и включали в себя 19 заданий, различающихся формой и уровнем сложности. Часть 1 содержала 12 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Часть 2 содержала 7 заданий с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

В 2024 году произошли изменения в количестве заданий с кратким ответом. Так, по сравнению с 2023 годом, в первую часть КИМ включено задание по геометрии (задание №2), проверяющее умение вычислять длину вектора:

- задания 1–4, 6-8 имеют базовый уровень;

- задания 5, 9–17 – повышенный уровень;

- задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

В экзаменационной работе по математике контролировались элементы содержания из всех разделов (тем) школьного курса математики: «Алгебра»; «Уравнения и неравенства»; «Функции»; «Начала математического анализа», «Геометрия»; «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей».

Анализируя показатели выполнения заданий экзаменационной работы по содержательным разделам школьного курса математики, отмечаем, что средний показатель выполнения базовых заданий по разделу «Алгебра и начала анализа» составил 72,7%, по заданиям повышенного уровня – 36%, высокого – 22%.

По разделу «Геометрия» - средний показатель выполнения базовых заданий – 78%, заданий повышенного уровня сложности – 5,5%.

По разделу «Вероятность и статистика» - средний показатель выполнения базовых заданий – 95%, повышенного уровня сложности – 80%.

**Таким образом, можно констатировать, что основные элементы содержания по разделам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика» участниками ЕГЭ по математике на базовом уровне освоены хорошо, а среди заданий повышенного уровня сложности наибольшие трудности вызвали геометрические задания.**

Наибольшие затруднения вызвали следующие задания:

**Задание №3** (базовый уровень) проверяло умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. В этом году задание было связано с вычислением объема пирамиды, являющейся частью параллелепипеда. Показатель выполнения – 58%, в 2023 году – 74,68%, как видим, также прослеживается тенденция к снижению показателя выполнения. Для группы участников экзамена, не преодолевших минимальный балл и группы участников с результатом от минимального балла до 60 баллов – эти показатели равны 5% и 24% соответственно, что ниже 50%. Для групп от 61 до 80 и от 81 до 100 эти показатели равны соответственно – 66% и 90%.

**Задание №7** (базовый уровень) проверяло умение выполнять вычисления и преобразования. В этом году задание было связано с преобразованием тригонометрического выражения. Средний показатель выполнения - 54% (в 2023 году показатель выполнения был выше - 88%, в 2022 году – 64,15%). Следует отметить, что в 2022 году также необходимо было выполнить преобразование тригонометрического выражения, а в 2023 году - логарифмического выражения. Значительные трудности при выполнении этого задания возникли у школьников, относящихся к группе не преодолевших минимальный балл и к группе с результатом экзамена от минимального балла до 60 баллов – эти показатели равны 5% и 16% соответственно, что ниже 50%. Для групп участников экзамена с результатом от 61 до 80 баллов и от 81 до 100 баллов эти показатели равны соответственно – 62% и 92%. Как видим, по сравнению с предыдущими двумя годами средний показатель выполнения этого задания значительно снизился.

**Задание №8** (базовый уровень) проверяло умение выполнять действия с функциями. В этом году задание №8 связано с умением читать график производной функции и является аналогичным заданию прошлого года. Средний показатель выполнения – 66%, в 2023 году - 87,55%. Несмотря на то, что показатель выполнения в этом году выше закладываемого (50%), тем не менее, он значительно снизился по сравнению с прошлым годом. Для группы участников, не преодолевших минимальный балл и группы участников экзамена с результатом от минимального балла до 60 баллов – эти показатели равны 12% и 37% соответственно, что ниже 50%.

**Задание №14** (повышенный уровень) проверяло умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Средний показатель выполнения – 1%, в 2023 году – 1,43%, как видим, примерно такой же уровень выполнения. Для всех групп участников, кроме высокобалльников, процент выполнения – 0%, для группы участников с результатом от 81 до 100 баллов этот показатель равен 5%. Традиционно эту задачу в течение нескольких лет решают хуже всего.

**Задание №15** (повышенный уровень) проверяло умение решать уравнения и неравенства. В этом году задание было связано с решением показательного неравенства. Средний показатель выполнения – 28%, в 2023 году – 24,68%, при этом следует отметить, что в 2023 году было предложено для решения логарифмическое неравенство, с которым выпускники обычно справляются хуже. Для группы участников, не преодолевших минимальный балл и группы участников с результатом экзамена от минимального балла до 60 тестовых баллов – эти показатели равны 0% и 1% соответственно, что ниже 15%. Для группы участников с результатом экзамена от 61 до 80 тестовых баллов этот показатель чуть выше закладываемого (15%) и составляет 17%. Для группы участников, получивших за экзамен от 81 до 100 баллов этот показатель равен 88%, что свидетельствует о том, что выпускники только этой группы не испытывают сложностей при решении неравенств.

**Задание №16** (повышенный уровень) проверяло умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Средний показатель выполнения в 2024 году – 29%, в 2023 году – 10,94%. Несмотря на то, что в целом показатель выполнения выше закладываемого, для группы участников, не преодолевших минимальный балл и группы участников с результатом экзамена от минимального балла до 60 баллов – эти показатели равны 0% и 1% соответственно, что ниже 15%. Для группы участников с результатом от 61 до 80 баллов этот показатель чуть выше закладываемого (15%) и составляет 22%. Для группы участников с результатом от 81 до 100 баллов этот показатель равен 80%. Получается, что только выпускники – высокобалльники уверенно решают такие задачи.

**Задание №17** (повышенный уровень) проверяло умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Средний показатель выполнения – 10%, в 2023 году – 4,43%, как видим, результат несколько улучшился, но по-прежнему остается ниже 15%. Для выпускников, набравших менее 61 балла процент выполнения равен 0%. Для групп участников с результатом от 61 до 80 баллов и от 81 до 100 баллов эти показатели равны соответственно – 2% и 39%.

**Задача №18** (высокий уровень) проверяла умение решать уравнения и неравенства. Традиционно задание сложное для выпускников. Средний показатель выполнения в 2024 году -7%, в 2023 году - 9,01%. Задания 2023 года и 2024 года являются однотипными. Как видим, в этом году выпускники справились хуже. Для выпускников, набравших менее 61 балла, показатель выполнения равен 0%. Для групп участников с результатом экзамена от 61 до 80 баллов и от 81 до 100 баллов эти показатели равны соответственно – 1% и 27%.

**Анализируя показатели выполнения работы по группам заданий разных уровней сложности, делаем вывод, что средний показатель выполнения заданий базового уровня сложности составил 78% (в 2023 г. - 84,5%), заданий повышенного уровня сложности – 50,3% (в 2023 г. - 45,6%), высокого уровня – 22% (в 2023 г. - 16%).**

**Таким образом, в целом несколько понизился средний показатель выполнения заданий базового уровня и повысился средний показатель выполнения заданий повышенного и высокого уровня.**

Основываясь на рекомендованных граничных значениях (выполнение заданий базового уровня не менее, чем на 50%, а заданий повышенного и высокого уровней не менее, чем на 15%), делаем вывод, что обучающиеся в целом успешно справились с заданиями экзаменационной работы базового и повышенного уровней сложности. С заданиями высокого уровня сложности успешно справились участники из группы выпускников, получивших от 81 до 100 тестовых баллов. Показатель выполнения в разных группах, кроме тех, кто не преодолел минимальный балл, в целом также показывает успешное выполнение заданий базового и повышенного уровней сложности.

Далее рассмотрим задания с краткими ответами, вызвавшие определенные затруднения у участников экзамена, и определим причины низких показателей их выполнения.

**Задание №3** проверяло умение находить объём пирамиды, средний процент выполнения – 58%. В КИМ открытого варианта №310 предлагалось найти объем многогранника (средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 еще ниже – 51%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 5% участников, а в группе от минимального балла до 60 – 24% участников. Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – 90 (15,6%) мог быть связан с тем, что школьники забывали при вычислении площади треугольника коэффициент ½.

14% дали ответ - 67,5, что можно объяснить незнанием формулы объёма пирамиды (вместо коэффициента 1/3 использовали коэффициент ½).

Рекомендуется при повторении курса геометрии для преодоления устойчивых ошибок систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. В процессе подготовки необходимо использовать технологию составления блока заданий.

**Задание №5** повышенного уровня сложности (умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы). Задание №5 из варианта №310: Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Средний по региону показатель выполнения задания – 80%, средний показатель выполнения варианта №310 – выше – 84%. Однако значительные затруднения с выполнением этого задания возникли у группы не преодолевших минимальный балл, только 12% участников справились с этой задачей. При этом основные ошибки носят вычислительный характер.

Для успешного решения такого задания необходимо понимание смысла понятий «случайное событие», «вероятность случайного события», знание формул для вычисления количества возможных исходов, умение применять эти формулы. Рекомендуется начинать решение задачи с определения того, что является событием, научить вычислять количество всех возможных исходов опыта и количество исходов, благоприятствующих событию.

**Задание №7** базового уровня сложности проверяло умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений. В варианте №310, например, предлагалось сделать следующее.



Средний по региону показатель выполнения этого задания - 54% соотносится со средним показателем выполнения по варианту №310 -55%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 5%, а в группе от минимального балла до 60 – 16% участников. Наиболее распространенные ответы дали:

- 55% участников – «4,5»;

- 5% участников – «3»;

- 3% - «0,5».

Основные ошибки могут быть связаны с незнанием формул тригонометрии.

Для улучшения выполняемости задания необходимо мотивировать обучающихся к запоминанию формул тригонометрии; в процессе подготовки использовать систему заданий по выполнению упражнений на преобразование тригонометрических выражений; включать задания на преобразование выражений в устный счет на каждом уроке алгебры; использовать индивидуальные задания.

**Задание №8** базового уровня сложности проверяло умение выполнять действия с функциями. Так, в этом задании в варианте 310 участникам предлагалось следующее.



Средний показатель выполнения по региону - 66%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 12%, а в группе от минимального балла до 60 – 37% участников, что значительно ниже 50%. Наиболее часто встречающиеся ошибочные ответы – «3» (17% участников) и «2» (11% участников). В первом случае это могло быть связано с тем, что выпускники посчитали количество точек минимума данного графика на отрезке [-2, 6], то есть выпускники не понимают отличия между графиком функции и графиком производной и не умеют снимать информацию о свойствах функции по графику производной. Во втором случае неправильный ответ мог быть связан с незнанием как определять точки минимума по графику производной, и нашли на заданном отрезке количество точек максимума.

Для успешного решения такого задания необходимо неформальное понимание смысла понятий производной, знание свойств функций, умение по графику производной понять, какой может быть функция. Рекомендуется пояснить, показать на примерах смысл понятия «производная функции», показать, как выглядят графики производных функций, знакомым обучающимся. Предложить большое количество практических заданий на отработку умений определять точки минимума или максимума функции, если дан график производной функции. Для демонстрации можно использовать специализированные программные среды, например, среду Геогебра.

**Задание №10** повышенного уровня сложности, проверяющее умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов, вызвало затруднение только у группы участников. не преодолевших минимальный бал, участники остальных групп достаточно успешно справились с выполнением этого задания. 7% выпускников дали неправильный ответ «24».

Формулировка задания в варианте №310: «Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой – за 12 часов. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе».

Значительные трудности в группе не преодолевших минимальный балл вызвали задания №10, участники остальных групп достаточно успешно справились с их выполнением. Средний показатель выполнения задания №10– 80%. 7% выпускников дали неправильный ответ «24», ошибка, вероятнее всего, в том, что нашли среднее арифметическое 36 и 12.

Для повышения качества выполнения такого задания требуется систематическая работа по решению разных типов текстовых задач, формирование умения формализации, составления математической модели задачи.

**Задание №12** повышенного уровня сложности также вызвало затруднение только у группы участников, не достигших минимального балла. Средний показатель выполнения по региону – 72%, и средний показатель выполнения по варианту – 76%. По всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 6% участников, что значительно ниже показателя - 15%.

****

Наиболее часто встречающиеся ошибочные ответы – «7» (4,5%) и «6» (2%). В первом случае, вероятнее всего, нашли ноль выражения, стоящего под знаком логарифма, а во втором случае – скорее всего арифметическая ошибка.

Рекомендуется организовать системное повторение темы «Функции и графики», работу над упражнениями на вычисление значений функций, вычисление производной функции, определение точек минимума и точек максимума функций.

**Задание №13** повышенного уровня сложности проверяло умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. Максимальный балл за задание №13 – 2 балла. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 - 48%, что выше планируемых 15%, и совпадает со средним показателем по региону. Однако в двух группах участников, не преодолевших минимальный балл и имеющих результат от минимального до 60 баллов, показатели выполнения соответственно – 0% и 4%.

а) Решите уравнение$ cos2x+\sqrt{2}\cos(\left(x+π\right)+1=0)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [$-4π; -\frac{5π}{2}$].

Для решения уравнения необходимо знать формулу косинуса двойного угла и формулы приведения, уметь выносить общий множитель, решать простейшие тригонометрические уравнения.

Типичные ошибки при выполнении:

- неумение решать простейшие тригонометрические уравнения;

- ошибки в отборе корней;

- неумение выносить общий множитель за скобки;

- незнание формул приведения.

Необходимо усилить работу по отработке преобразований тригонометрических выражений, акцентировать внимание на момент отбора корней на единичной окружности.

**Задание №14** повышенного уровня сложности (стереометрическая задача) проверяет знание о числе общих точек прямой и плоскости, умение строить сечение и находить, в каком отношении сечение делит ребро многогранника. Это задание оказалось самым сложным для выпускников этого года, выбравших профильный уровень экзамена. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 - 0%, в среднем по региону - 1%. Из группы участников с результатом экзамена от 81 до 100 баллов эта задача оказалась по силам только 5% участников.

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием АВС точки K и M – середины рёбер FD и SC соответственно, а точки N и L отмечены на рёбрах SA и BC соответственно так, что отрезки МK и NL пересекаются, а AN=3NS.

а) Докажите, что прямые MN, KL и SB пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение BL: LC.

Максимальный балл – 3 балла. Отметим вначале, что выпускники практически не приступали к выполнению пункта а, связанного с доказательством. Типичные ошибки при выполнении пункта б: неумение работать с подобными треугольниками, вычислительные ошибки.

Оба пункта задачи можно решить с использованием теоремы Менелая, поэтому, на наш взгляд, учителям при обучении решению стереометрических задач следует обратить внимание на умение делать выносные чертежи и переходить к планиметрии, в результате чего можно применять теоремы планиметрии.

**Задание №15** повышенного уровня сложности на умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. Средний показатель выполнения в варианте №310 - 26%, по региону - 28%. При решении этого задания только участники с высоким результатом экзамена не испытывали затруднений (показатель выполнения – 88%). Для остальных это было достаточно сложное задание, так, даже в группе участников с результатом от 61 до 80 баллов показатель только немного выше планируемых 15% - 17%.

Решите неравенство

$$\frac{2∙8^{x-1}}{2∙8^{x-1}-1}\geq \frac{3}{8^{x}-1}+\frac{8}{64^{x}-5∙8^{x}+4} .$$

Типичные ошибки при выполнении:

- незнание метода интервалов;

- вычислительные ошибки.

Из анализа типичных ошибок следует отметить, что при решении неравенства с помощью перехода к равносильной совокупности систем, как правило, происходила потеря одной из систем. Приведем пример: при решении неравенства $\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$ с помощью равносильного перехода имеем:

$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0⟺\left[\begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)\geq 0\\g(x)>0\end{array} (1)\right.\\\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)\leq 0\\g(x)<0\end{array}\right. (2)\end{array}\right.$. В то же время, выпускники при решении теряли вторую систему, что приводило к неверному решению.

 В то же время, на наш взгляд, наиболее рациональным методом решения таких неравенств является метод интервалов, поэтому учителям, начиная с 9 класса, следует постоянно отрабатывать этот метод.

**Задание №16** повышенного уровня сложности **-** задача с экономическим содержанием является традиционной за последние несколько лет. Средний показатель выполнения задачи по варианту №310 – 26%, а по региону – 29%. Максимальный балл за выполнение задания равен 2.

Только участники с высоким результатом экзамена не испытывали затруднений при решении этой задачи (показатель выполнения – 80%). Для остальных это было достаточно сложное задание, так, в группе участников с результатом от 61 до 80 баллов показатель выполнения всего 22%.

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

* каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
* с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Типичные ошибки и недочеты при выполнении этого задания:

* построение неправильной модели;
* вычислительные ошибки.

При обучении решению задач с экономическим содержанием необходимо обратить внимание на различные схемы решения задач такого типа и построение математических моделей.

**Задание №17** повышенного уровня сложности - планиметрическая задача, проверяет знание свойств касательных к окружности, выходящих из одной точки и углов, опирающихся на диаметр; проверяет умение работать с подобными фигурами. У всех участников это задание вызвало затруднение, так, показатель выполнения в группе сильнейших участников 39%, а средний по региону - 10%. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 – 9%, что ниже планируемого – 15%.

Окружность с центром в точке О касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок ВС – диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая АС параллельна биссектрисе угла ANB.

б) Найдите длину отрезка NO, если известно, что AC=10 и АВ=24.

Типичные ошибки при выполнении:

* неумение проводить доказательство;
* незнание свойств касательных, проведенных к окружности из одной точки.

Следует отметить, что задачи, связанные с доказательством, вызывают значительные затруднения, и выпускники не приступают к их решению.

В качестве рекомендации можем отметить, что при изучении геометрии следует обращать внимание на доказательство теорем и задачи, связанные с доказательством.

**Задание №18** высокого уровня сложности проверяет умение решать систему уравнений с параметром и определять количество корней**.** Этоеще одно задание, ставшее сложным для подавляющего большинства участников. Справились с ним только 27% участников и то из группы сильнейших. Средний процент выполнения по варианту №310 – 5%, а по региону – 7%. Максимальный балл за выполнение задания равен 4.

Найдите все значения *a*, при каждом из которых система уравнений $\left\{\begin{array}{c}4x-y+a=0,\\2\left|y\right|-x^{2}+4x=0\end{array}\right.$ имеет ровно два различных решения.

Типичные ошибки и недочеты при выполнении:

* неумение раскрывать модуль;
* при решении графическим методом не видят семейство параллельных прямых;
* при применении графического метода имели место ошибки в построении графиков.
* вычислительные ошибки.

Так как это задача высокого уровня сложности, то целесообразно проводить для учеников элективные курсы по решению задач с параметрами.

**Задание №19** высокого уровня сложноститрадиционно носит олимпиадный характер и связано с умением строить и решать математические модели. Данное задание олимпиадного характера. Средний процент выполнения по №310 варианту – 37%, что совпадает со средним процентом выполнения по региону. Максимальный балл за выполнение задания равен 4. Наибольшее затруднение это задание вызвало у участников из группы, не преодолевших минимальный балл – только 9% участников справились с ним. В группе участников с результатом экзамена от 81 до 100 баллов показатель средний – 56%.

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая из которых по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

Максимальный балл за выполнение задания равен 4.

Типичные ошибки и недочеты при выполнении:

* при выполнении пункта б) недостаточные обоснования;
* при выполнении пункта в) построен пример, но не получена оценка.

При подготовке к решению задач такого типа, на наш взгляд, следует обратить внимание на то, что, если стоит вопрос «Возможно ли…» и ответ подразумевает «Да», то в этом случае достаточно привести пример.

В случае отрицательного ответа необходимо привести доказательство, если при этом используется перебор, то он должен быть полным.

**Таким образом, анализ показателей выполнения заданий с развернутым ответом подтверждает необходимость более глубокого изучения математики (особенно геометрии), это очень важно для школьников, собирающихся поступать в высшие учебные заведения. В целом в этом году школьники были удовлетворительно готовы к сдаче экзамена по математике профильного уровня.**

**Из анализа результатов выполнения заданий КИМ 2024 года можно сделать следующие выводы. В целом выпускники региона достаточно успешно справились с выполнением заданий, проверяющих следующие умения: использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с функциями; строить и исследовать простейшие математические модели.**

Результаты выполнения пяти заданий части 1 можно считать достаточными (соответствуют планируемому результату, средний процент выполнения более 60%), т.е. на базовом уровне усвоены:

* умение решать уравнения и неравенства (задание №6);
* умение строить и исследовать простейшие математические модели (задание №4);
* умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (задания №1, №2);
* умение выполнять действия с функциями (задание №8).

**Наиболее успешно учащиеся справляются с заданиями №1, №2, №4, №6 базового уровня (средний процент выполнения более 85%).**

**Результаты выполнения заданий повышенного уровня части 1 и задания №13 части 2 можно считать достаточными (соответствуют планируемому результату, средний процент выполнения более 45%),** т.е. на повышенном уровне усвоены:

* умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задания №5, №9);
* умение строить и исследовать простейшие математические модели (задание №10);
* умение выполнять действия с функциями (задания №11, №12);
* умение решать уравнения и неравенства (задание №13).

**Результаты выполнения задания №19 высокого уровня можно считать достаточными (соответствуют планируемому результату, средний процент выполнения 37%),** т.е. на высоком уровне усвоено умение строить и исследовать математические модели в нестандартных ситуациях.

 **Трудности у выпускников вызвали задания повышенного уровня (результаты выполнения этих заданий нельзя считать достаточными).** Следовательно, недостаточно сформированы умения:

* выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (задание №14, задание №17);
* использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задание №16);
* решать уравнения и неравенства (задание №15).

**Результаты выполнения задания №18 высокого уровня сложности нельзя считать достаточными** (так, например, не соответствуют планируемому результату, средний процент выполнения задания №18 - 7%), т.е. на высоком уровне недостаточно сформированы умения:

* решать уравнения и неравенства с параметром.

Для улучшения качества подготовки школьников по математике целесообразно:

* включать в процесс обучения задачи практического содержания, задачи, требующие переформулирования условия, нестандартные задачи;
* усилить внимание к разделам курса математики, вызывающим наибольшие трудности, в частности, к геометрии, математическому анализу;
* выстраивать систему подготовки к экзамену с помощью диагностических работ, направленных на выявление проблем учащихся.

**По результатам ГИА по математике в 2022 – 2024 годах можно отметить рост успешности выполнения заданий по разделу «Геометрия» - средний показатель выполнения составил 49%, это лучше, чем в 2023 году (41%) и в 2022 году (35,68%).**

По разделу «Вероятность и статистика» средний показатель выполнения 87,5%, это хуже, чем в 2023 году (90,5%)

Отмечаем снижение показателя выполнения по каждому из заданий (задание №4 - 95% в 2024 г., в 2023 г. - 97%, задание №5: 80% - в 2024 г., 84% - в 2023 г.).

Вероятной причиной затруднений при подготовке могло стать то, что базовые понятия курса математики, арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями, формулы сокращенного умножения, приёмы решения текстовых задач, содержание курса геометрии основной школы изучались и отрабатывались в 7 – 8 классах в период дистанционного обучения, т.е. имеются «пробелы» в предметной подготовке.

***К дефицитам (проблемные зоны)*** можно отнести следующие группы умений**:**

− решать задачи на движение;

− решать логарифмические уравнения и неравенства;

– выполнять преобразования тригонометрических выражений;

− применять метод интервалов при решении задач;

− вычислять производную сложной и логарифмической функций;

* решать планиметрические задачи с окружностями;
* решать стереометрические задачи;
* составлять и исследовать модели для решения экономических задач.

Рассмотрим основные результаты выполнения групп заданий, проверяющих различные способы действий.

Из заданий **базового уровня сложными для участников ЕГЭ в группе не преодолевших минимальный балл и в группе участников, набравших от 0 до 60 баллов,** оказались **задания 6-8**:

**Рассмотрим примеры заданий, вызвавших наибольшие трудности у участников, не преодолевших минимальный балл и набравших от минимального до 60 баллов.**

**Задание №1.** Площадь треугольника *ABC* равна 60, *DE* — средняя линия, параллельная стороне *AB*. Найдите площадь трапеции *ABED*.

Процент выполнения – 75,9%. Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – 30 (8%) мог быть связан с тем, что школьники считают, что средняя линия треугольника делит треугольник на две равновеликие части.

Задание №2. Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.

Процент выполнения – 71%. 6% участников дали ответ – «6,5»; 3% дали ответ «13,5» – это наиболее частые неверные ответы. Ответ «13,5» скорее всего получен в результате приравнивания объёма шара к заданному объему цилиндра, ответ «6» скорее всего получен из-за незнания формулы объема шара.

**Задание №7.**

 Процент выполнения 85,3%. Правильный ответ – «6,» ответ «5» дали 11,8%, что может быть связано с тем, что выпускники не понимают отличия между графиком функции и графиком производной, то есть не умеют снимать информацию о свойствах функции по графику производной и наоборот.

**Задание №9.** Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

Процент выполнения 72%, наиболее частый неверный ответ – «11» (6,5%) мог быть связан с тем, что выпускники невнимательно прочитали условие задачи и в ответе записали время выполнения, а не производительность.

Задание №11. Найдите точку максимума функции *y* = 4 + 9*x* − $x\sqrt{x}$.

Процент выполнения по варианту 310 - 64%. 3% участников экзамена дали ответ «81». Это связано с тем, что выпускники не умеют брать производные.

Проведем содержательный анализ заданий с развернутым ответом варианта 310.

**Задание №12.** а) Решите уравнение$ cosx∙\cos(2x=\sqrt{2 }sin^{2}x+\cos(x))$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [$-\frac{5π}{2}; -π$].

Для решения уравнения необходимо знать формулу косинуса двойного угла, основное тригонометрическое тождество, уметь выносить общий множитель, решать простейшие тригонометрические уравнения.

Рассмотрим статистику выполнения задания №12. Максимальный балл за задание 12 – равен 2. В этом году максимальный балл получили 45,49% от числа приступивших к выполнению. 1 балл получили 4,29% и 50,21% не справились с выполнением этого задания.

Типичные ошибки при выполнении:

- неумение решать простейшие тригонометрические уравнения.

- незнание числовых значений тригонометрических функций углов.

- неумение выносить общий множитель за скобки.

- неумение переносить из одной части равенства в другую.

**Задание №13.** В основании прямой призмы *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 лежит равнобедренная трапеция *ABCD* с основаниями *AD* = 3 и *BC* = 2. Точка *M* делит ребро *A*1*D*1 в отношении *A*1*M* :*MD*1 =1: 2, а точка *K* — середина ребра *DD*1.

а) Докажите, что плоскость *MKC* параллельна прямой *BD*.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью *MKC* и плоскостью основания призмы, если ∠*MKC* = 90°, ∠*ADC* = 60°.

Максимальный балл - 3 за выполнение данного задания не получил никто, 2 балла - 0%, 1 балл – 4,29%, 0 баллов – 95,71%.

Типичные ошибки при выполнении:

- сложности в построении сечения;

- незнание признака параллельности прямой и плоскости;

- неумение находить угол между плоскостями;

- вычислительные ошибки.

**Задание №14.** Решите неравенство

 $log\_{0,5}\left(x^{3}-3x^{2}-9x+27\right)\leq log\_{0,25}\left(x-3\right)^{4}$.

Данное задание проверяло умение решать логарифмические неравенства.

2 балла за выполнение получили 24,03%, 1 балл – 1,29%, не справились с выполнением задания 74,68% из приступивших.

Типичные ошибки при выполнении:

- отсутствие модуля при вынесении четной степени;

- неправильное нахождение области определения.

**Задание №15.** В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую

одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1250 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

Средний процент выполнения по данному варианту – 10,94%. Максимальный балл за выполнение задания равен 2, его получили 9,01% выпускников, 1балл – 3,86 %, не справились с заданием 87,12 % из числа приступивших к решению.

Типичные ошибки и недочеты при выполнении:

- построение неправильной модели;

- вычислительные ошибки.

**Задание №16.** Прямая, перпендикулярная стороне *BC* ромба *ABCD*, пересекает его диагональ *AC* в точке *M*, а диагональ *BD* в точке *N*, причём *AM* :*MC* =1: 2, *BN* : *ND* =1:3.

а) Докажите, что прямая *MN* делит сторону ромба *BC* в отношении 1: 4.

б) Найдите сторону ромба, если *MN* = $\sqrt{6}$.

Максимальный балл равен 3 и его получили 3% из приступивших, 2 балла – 0,43%, 1 балл - 3,43%, 0 баллов - 93,13%

Типичные ошибки при выполнении:

- сложности при применении алгебраического метода при решении геометрических задач;

- незнание свойств ромба;

- сложности с применением метода дополнительных построений;

- незнание теоремы Менелая.

**Задание №17.** Найдите все значения *a*, при каждом из которых система уравнений $\left\{\begin{array}{c}\left(x^{2}-5x-y+3\right)\sqrt{x-y+3}=0\\y=ax+a\end{array}\right.$

имеет ровно два различных решения.

Средний процент выполнения по данному варианту – 9,01%. Максимальный балл за выполнение задания равен 4, его получили 3,86% выпускников, 3 балла – 0,43%, 2 балла – 4,72%, 1 балл – 9,87%, не справились с заданием 81,12% из числа приступивших к решению.

Типичные ошибки и недочеты при выполнении:

- потеря условия неотрицательности подкоренного выражения;

- при решении графическим методом не видят пучок прямых;

- при применении графического метода имели место ошибки в построении графиков.

- вычислительные ошибки.

**Задание №18.**

 Из пары натуральных чисел (*a*; *b*), где *a* > *b*, за один ход получают

пару (*a* + *b*; *a* − *b*) .

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (100;1) пару,

большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (100;1)

пару (806; 788)?

в) Какое наименьшее *a* может быть в паре (*a*; *b*), из которой за несколько

ходов можно получить пару (806; 788)?

Данное задание олимпиадного характера. Средний процент выполнения по 310 варианту –30,79%. В целом, 4 балла получили 9,44% выпускников, 3 балла – 0,43%, 2 – 36,91%, 1 – балл 10,3%, 0 баллов – 42,92%.

Типичные ошибки и недочеты при выполнении:

- при выполнении пункта б) недостаточные обоснования;

- при выполнении пункта в) построен пример, но не получена оценка.

Таким образом, **анализ выполнения заданий с развернутым ответом подтверждает необходимость более глубокого изучения математики (особенно геометрии), особенно для школьников, собирающихся поступать в высшие учебные заведения. В целом в этом году школьники были удовлетворительно готовы к сдаче профильного экзамена по математике.**

1. **Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий** **КИМ**

**Слабая сформированность метапредметных умений могла повлиять на выполнение следующих заданий ОГЭ:**

**Задание №1.**

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию), логических действий (делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших оценку «2», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения. У остальных групп выпускников данные умения сформированы, участники экзамена с этим заданием успешно справились.

Формулировка задания:

****

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Населенные пункты | д. Васильево | с. Княжеское | д. Рябиновка |
| Цифры |  |  |  |

Комментарий. Следует отметить, что контекст заданий №1 - №5 в этом варианте «удобен» для обучающихся.

**Задание №2**.

Формулировка задания:

*Сколько километров проедут Серёжа с папой от деревни Васильево до села Княжеское, если они поедут по шоссе через деревню Рябиновка?*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи), умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками, получившими оценку «2» (процент выполнения 30,19%) и «3» (процент выполнения 66,26%), могла повлиять несформированность умения выявлять данные, необходимые для решения задачи (что дано, что нужно найти), несформированность умения работать с информацией (выбрать на схеме объекты, нужные для решения задачи; интерпретировать информацию с учетом масштаба изображения); несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при подсчете количества клеток или при работе с единицами измерения и масштабом карты).

**Задание №3**.

Задание вызвало определенные трудности во всех группах выпускников.

Формулировка задания:

*Найдите расстояние от деревни Васильево до села Княжеское по прямой. Ответ дайте в километрах.*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи), умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками, получившими оценку «2» (процент выполнения 18,09%), «3» (процент выполнения 53,36%) могла повлиять несформированность умения выявлять данные, необходимые для решения задачи (что дано, что нужно найти), несформированность умения работать с информацией (выбрать на схеме объекты, нужные для решения задачи; проанализировать полученную информацию, определить геометрический объект, математическую модель, которую нужно использовать при решении задачи, вспомнить формулировку теоремы, формулы для выполнения вычислений или найти нужную формулу, используя справочный материал); несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при подсчете количества клеток или при работе с единицами измерения и масштабом карты).

**Задание №4.**

В задании №4 средний процент выполнения составил 43,80%.

Формулировка задания: *Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Серёжа с папой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи), умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками могла повлиять несформированность умения выявлять данные, необходимые для решения задачи (что дано, что нужно найти), несформированность умения работать с информацией (выбрать на схеме объекты, нужные для решения задачи; проанализировать полученную информацию, определить геометрический объект, математическую модель, которую нужно использовать при решении задачи, применить знания из другого предмета (физики), вспомнив формулу для определения времени в пути, если известно расстояние и скорость движения); несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при подсчете количества клеток или при работе с единицами измерения и масштабом карты).

**Задание №5.**

Формулировка задания: *В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Пирожки, селе Княжеское, деревне Васильево и деревне Рябиновка.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование продукта | д. Пирожки | с. Княжеское | д. Васильево | д. Рябиновка |
| Молоко (1 л) | 48 | 45 | 50 | 52 |
| Хлеб (1 батон) | 34 | 32 | 33 | 28 |
| Сыр «Российский» (1 кг) | 240 | 280 | 270 | 260 |
| Говядина (1 кг) | 370 | 400 | 380 | 420 |
| Картофель (1 кг) | 22 | 16 | 28 | 30 |

*Серёжа с папой хотят купить 2 л молока, 3 батона хлеба и 1 кг сыра «Российский». В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи), умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность умения выявлять данные, необходимые для решения задачи (что дано, что нужно найти), несформированность умения работать с информацией (выбрать в таблице данные, нужные для решения задачи; проанализировать полученную информацию, составить математическую модель (формулу для вычисления стоимости набора), которую нужно использовать при решении задачи, выбрать нужный вариант; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

**Задание №8.**

Задание оказалось трудным для всех групп участников.

Формулировка задания:

 

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

На результат выполнения этого задания, вероятно, в большей степени оказала влияние несформированность базовых предметных умений работы со степенями, а, следовательно, и умения применить их в новой ситуации.

**Задание №12.**

Формулировка задания:

*Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с2) вычисляется по формуле a = ω2R, где ω - угловая скорость (в с-1), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 7,5 с-1, а центростремительное ускорение равно 337,5 м/с2. Ответ дайте в метрах.*

 При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

На результат выполнения этого задания, вероятно, в значительно большей степени оказала влияние несформированность базовых предметных умений, таких, как: умение выразить переменную из формулы, умение выполнить арифметические действия с десятичными дробями.

**Задание №21.**

В задании №21 средний показатель выполнения составил 16,23%, то есть даже в группе участников экзамена, получивших оценку «5», не все справились с этим заданием.

Формулировка задания:

*Моторная лодка прошла против течения реки 288 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.*

 При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи), работы с информацией (анализировать информацию, иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, составить математическую модель задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; умения выполнить анализ ситуации и составить математическую модель задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

**Задание №25.**

В задании №25 средний процент выполнения составил 1,04%. Сложность при выполнении этого задания испытали все участники экзамена.

Формулировка задания:

*В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении 17:15, считая от точки В. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если BC=16.*

 При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи, умение делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений), работы с информацией (анализировать информацию, иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, составить математическую модель задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; умения выполнить чертеж к задаче и составить математическую модель задачи; умение делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

**Приведем примеры заданий ЕГЭ по математике базового уровня, на успешность выполнения которых могла повлиять недостаточная сформированность метапредметных умений, навыков, способов деятельности.**

**Задание №11** проверяло умениерешать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы, средний процент выполнения – 51,00%. В группе участников экзамена, получивших отметку «2», с этим заданием никто не справился, в группе получивших отметку «3», средний показатель выполнения 6,00%, в группе получивших отметку «4» средний показатель выполнения 29,00%.

Формулировка задания:

*В бак, имеющий форму цилиндра, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение устанавливать существенный признак для сравнения и обобщения); базовые исследовательские действия (овладение видами деятельности по преобразованию и применению знания в различных учебных ситуациях, умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших отметки «2», «3» и «4», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения.

Следует также отметить, что на результат выполнения этого задания повлияла и несформированность базовых предметных знаний и умений: незнание формулы объема цилиндра; неумение переводить кубические сантиметры в литры; вычислительные ошибки.

**Задание №12** проверяло умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, средний процент выполнения – 65,00%. В группе участников экзамена, получивших отметку «2», с этим заданием никто не справился, в группе получивших отметку «3», средний показатель выполнения 13,00%, в группе получивших отметку «4» средний показатель выполнения 50,00%, в группе получивших отметку «5» - 88,00%.

Формулировка задания:



При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (находить аргументы для доказательства своих утверждений); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших отметки «2», «3» и «4», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения. Кроме того, на результат выполнения этого задания повлияла и несформированность базовых предметных знаний и умений: незнание понятия «диаметр окружности», «вписанный угол», неумение применить теорему Пифагора.

**Задание №17** проверяло умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, средний процент выполнения – 80,00%. В группе участников экзамена, получивших отметку «2», с этим заданием никто не справился, в группе получивших отметку «3», средний показатель выполнения 27,00%, в группе получивших отметку «4» средний показатель выполнения 72,00%.

Формулировка задания:

Найдите корень уравнения: 4 – 2х = - 4х + 5

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (находить аргументы для доказательства своих утверждений); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших отметки «2» им «3», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения. Большое влияние на результат выполнения этого задания оказала, вероятно, и несформированность базовых предметных знаний и умений: незнание алгоритмов решения простейших уравнений, неумение применить алгоритм решения уравнения.

**Задание №18** на проверку умения решать уравнения и неравенства.

В задании №18 базового уровня сложности средний процент выполнения составил 42,00%. В группе участников ЕГЭ, не набравших минимального количества баллов с этим заданием справились 20,00% участников экзамена, в группе выпускников, получивших отметку «3», задание выполнили 11,00% участников ЕГЭ, в группе выпускников, получивших отметку «4» 21,00% участников экзамена выполнили это задание, среди выпускников, получивших отметку «5», 65,00% участников выполнили задание верно.

*Формулировка задания:*

**

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение устанавливать существенный признак для сравнения и обобщения); базовые исследовательские действия (овладение видами деятельности по преобразованию и применению знания в различных учебных ситуациях, умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших отметки «2» и «3», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения.

**Задание №19** на проверку умения решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи.

В задании №19 базового уровня сложности средний процент выполнения составил 30,00%. В группе участников ЕГЭ, не набравших минимального количества баллов с этим заданием участники экзамена не справились, в группе выпускников, получивших отметку «3», задание выполнили 1,00% участников ЕГЭ, в группе выпускников, получивших отметку «4», только 8,00% участников экзамена выполнили это задание, среди выпускников, получивших отметку «5», 54,00% участников выполнили задание верно.

*Формулировка задания:*

*Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении и на 6, и на 5 даёт равные ненулевые остатки, и первая цифра в записи которого является средним арифметическим двух других его цифр. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников, получивших отметки «2», «3» и «4», эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения.

Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – «480» (13%) - мог быть связан с тем, что выпускники невнимательно прочитали условие задачи, не сумели критически оценить достоверность полученного результата.

**Задание №20** на проверку умения решать текстовые задачи разных типов, решать уравнения.

В задании №20 базового уровня сложности средний процент выполнения составил 17,00%. В группе участников ЕГЭ, не набравших минимального количества баллов с этим заданием участники экзамена не справились, в группе выпускников, получивших отметку «3», задание выполнили 1,00% участников ЕГЭ, в группе выпускников, получивших отметку «4», только 2,00% участников экзамена выполнили это задание, среди выпускников, получивших отметку «5», 32,00% участников выполнили задание верно.

*Формулировка задания:*

*Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 30 км/ч, вторую треть – со скоростью 150 км/ч, а последнюю – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.*

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

Типичные ошибки связаны с незнанием понятия и неумением находить среднюю скорость автомобиля. Наиболее часто встречающийся ошибочный ответ – «93» (16%) - мог быть связан с тем, что выпускники взяли среднее арифметическое трех чисел из условия задачи и результат округлили.

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников с результатами экзамена «2» и «3» эти умения сформированы недостаточно, и это могло повлиять на успешность выполнения.

**Задание №21** направлено на проверку умения решать задачи разных типов.

В задании №21 базового уровня сложности средний процент выполнения составил 58,00%. В группе участников ЕГЭ, не набравших минимального количества баллов с этим заданием участники экзамена не справились, в группе выпускников, получивших отметку «3», задание выполнили 26,00% участников ЕГЭ, в группе выпускников, получивших отметку «4», только 45,00% участников экзамена выполнили это задание, среди выпускников, получивших отметку «5», 75,00% участников выполнили задание верно.

Формулировка задания:

Улитка за день заползает вверх по дереву на 2 м, а за ночь сползает на 1 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка доползёт до вершины дерева, начав путь от его основания?

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников с результатами экзамена «2», «3», «4» и определенного количества выпускников, получивших отметку «5», эти умения сформированы недостаточно, что и повлияло на успешность выполнения.

**Рассмотрим примеры заданий ЕГЭ по математике профильного уровня,, на успешность выполнения которых могла повлиять слабая сформированность метапредметных умений.**

**Задание №3** проверяло умение находить объём пирамиды, средний процент выполнения – 58%. В КИМ открытого варианта №310 предлагалось найти объем многогранника (средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 еще ниже – 51%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 5% участников, а в группе от минимального балла до 60 – 24% участников.

Формулировка задания:



При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение устанавливать существенный признак для сравнения и обобщения); базовые исследовательские действия (овладение видами деятельности по преобразованию и применению знания в различных учебных ситуациях, умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников в группе, не преодолевших минимальный балл, и в группе с результатом экзамена от минимального до 60 баллов эти умения сформированы недостаточно и это могло повлиять на успешность выполнения.

**Задание №5** повышенного уровня сложности (умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы). Задание №5 из варианта №310:

Средний по региону показатель выполнения задания – 80%, средний показатель выполнения варианта №310 – выше – 84%. Однако значительные затруднения с выполнением этого задания возникли у группы не преодолевших минимальный балл, только 12% участников справились с этой задачей. При этом основные ошибки носят вычислительный характер.

Формулировка задания:

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне); базовые исследовательские действия (умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность); умения работы с информацией (умение выбирать, анализировать и интерпретировать информацию) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников в группе, не преодолевших минимальный балл, эти умения сформированы недостаточно и это отразилось на успешности выполнения.

**Задание №7** базового уровня сложности проверяло умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений. В варианте №310, например, предлагалось сделать следующее.



Средний по региону показатель выполнения этого задания - 54% соотносится со средним показателем выполнения по варианту №310 -55%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 5%, а в группе от минимального балла до 60 – 16% участников.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками, не преодолевшими минимальный балл, и в группе с результатом от минимального балла до 60 могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

На результат выполнения этого задания, вероятно, в большей степени оказала влияние несформированность базовых предметных умений работы с тригонометрическими функциями, а, следовательно, и умения применить их в новой ситуации.

**Задание №8** базового уровня сложности проверяло умение выполнять действия с функциями. Так, в этом задании в варианте 310 участникам предлагалось следующее.



И средний показатель выполнения по региону, и средний показатель выполнения по варианту - 66%. В то же время, по всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 12%, а в группе от минимального балла до 60 – 37% участников, что значительно ниже 50%.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

На результат выполнения этого задания, вероятно, в значительно большей степени оказала влияние несформированность базовых предметных умений, таких, как: неформальное понимание смысла понятий производной, знание свойств функций, умение по графику производной понять, какой может быть функция.

**Задание №10** повышенного уровня сложности, проверяющее умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов, вызвало затруднение только у группы участников. не преодолевших минимальный бал, участники остальных групп достаточно успешно справились с выполнением этого задания. 7% выпускников дали неправильный ответ «24».

Значительные трудности в группе не преодолевших минимальный балл вызвали задания №10, участники остальных групп достаточно успешно справились с их выполнением. Средний показатель выполнения задания №10– 80%. 7% выпускников дали неправильный ответ «24», ошибка, вероятнее всего, в том, что нашли среднее арифметическое 36 и 12.

Формулировка задания в варианте №310:

«Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой – за 12 часов. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе».

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи), работы с информацией (анализировать информацию, иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, составить математическую модель задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания участниками экзамена могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; умения выполнить анализ ситуации и составить математическую модель задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

**Задание №12** повышенного уровня сложности также вызвало затруднение только у группы участников, не достигших минимального балла. Средний показатель выполнения по региону – 72%, и средний показатель выполнения по варианту – 76%. По всем вариантам в группе не преодолевших минимальный балл с этим заданием справились 6% участников, что значительно ниже показателя - 15%.

Формулировка задания:

****

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

На результат выполнения этого задания, вероятно, в значительно большей степени оказала влияние несформированность базовых предметных умений, таких, как: неформальное понимание смысла понятия минимума функции, неумение найти производную функции и точку минимума.

**Задание №13** повышенного уровня сложности проверяло умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. Максимальный балл за задание №13 – 2 балла. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 - 48%, что выше планируемых 15%, и совпадает со средним показателем по региону. Однако в двух группах участников, не преодолевших минимальный балл и имеющих результат от минимального до 60 баллов, показатели выполнения соответственно – 0% и 4%.

Формулировка задания:

а) Решите уравнение$ cos2x+\sqrt{2}\cos(\left(x+π\right)+1=0)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [$-4π; -\frac{5π}{2}$].

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно выбирать способ решения задачи) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность умения самостоятельно выбирать способ решения задачи; несформированность умений самоконтроля (возможно, были допущены ошибки при выполнении вычислений).

Возможно, на результат выполнения этого задания оказала влияние несформированность базовых предметных знаний и умений, таких, как: знание формулы косинуса двойного угла и формулы приведения, умение выносить общий множитель, умение выполнять преобразования тригонометрических выражений, решать простейшие тригонометрические уравнения.

**Задание №14** повышенного уровня сложности (стереометрическая задача) проверяет знание о числе общих точек прямой и плоскости, умение строить сечение и находить, в каком отношении сечение делит ребро многогранника. Это задание оказалось самым сложным для выпускников этого года, выбравших профильный уровень экзамена. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 - 0%, в среднем по региону - 1%. Из группы участников с результатом экзамена от 81 до 100 баллов эта задача оказалась по силам только 5% участников.

Формулировка задания:

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием АВС точки K и M – середины рёбер FD и SC соответственно, а точки N и L отмечены на рёбрах SA и BC соответственно так, что отрезки МK и NL пересекаются, а AN=3NS.

а) Докажите, что прямые MN, KL и SB пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение BL: LC.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать проблему, рассматривать её всесторонне), базовых исследовательских действий (находить аргументы для доказательства своих утверждений) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность всех перечисленных выше умений, а в первую очередь несформированность базовых предметных знаний и умений, таких, как: выполнить чертеж к задаче, умение построить сечение, умение работать с подобными треугольниками, вычислительные ошибки, умение делать выносные чертежи и переходить к планиметрии, в результате чего можно применять теоремы планиметрии.

**Задание №15** повышенного уровня сложности на умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. Средний показатель выполнения в варианте №310 - 26%, по региону - 28%. При решении этого задания только участники с высоким результатом экзамена не испытывали затруднений (показатель выполнения – 88%). Для остальных это было достаточно сложное задание, так, даже в группе участников с результатом от 61 до 80 баллов показатель только немного выше планируемых 15% - 17%.

Формулировка задачи:

Решите неравенство

$$\frac{2∙8^{x-1}}{2∙8^{x-1}-1}\geq \frac{3}{8^{x}-1}+\frac{8}{64^{x}-5∙8^{x}+4} .$$

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать проблему, рассматривать её всесторонне), умение работать с информацией (умение выполнять преобразования выражений) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

На успешность выполнения задания могла повлиять несформированность всех перечисленных выше умений, а в первую очередь несформированность базовых предметных знаний и умений, таких, как: умение работать со степенями, знание способов решения уравнений, умение применить способ решения в нестандартной ситуации.

**Задание №16** повышенного уровня сложности **-** задача с экономическим содержанием является традиционной за последние несколько лет. Средний показатель выполнения задачи по варианту №310 – 26%, а по региону – 29%. Максимальный балл за выполнение задания равен 2.

Только участники с высоким результатом экзамена не испытывали затруднений при решении этой задачи (показатель выполнения – 80%). Для остальных это было достаточно сложное задание, так, в группе участников с результатом от 61 до 80 баллов показатель выполнения всего 22%.

Формулировка задания:

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение выявлять закономерности в рассматриваемых явлениях), базовые исследовательские действия (умение анализировать условие задачи, преобразовать информацию, получив математическую модель), умение работать с информацией (умение выполнять преобразования выражений) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников в группе не преодолевших минимальный балл и в группе от минимального до 60 баллов эти умения сформированы недостаточно, что могло повлиять на успешность выполнения.

**Задание №17** повышенного уровня сложности - планиметрическая задача, проверяет знание свойств касательных к окружности, выходящих из одной точки и углов, опирающихся на диаметр; проверяет умение работать с подобными фигурами. У всех участников это задание вызвало затруднение, так, показатель выполнения в группе сильнейших участников 39%, а средний по региону - 10%. Средний показатель выполнения этого задания в варианте №310 – 9%, что ниже планируемого – 15%.

Формулировка задачи:

Окружность с центром в точке О касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок ВС – диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая АС параллельна биссектрисе угла ANB.

б) Найдите длину отрезка NO, если известно, что AC=10 и АВ=24.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне), базовые исследовательские действия (умение находить аргументы для доказательства своих утверждений), умение работать с информацией (умение определить недостающую информацию, получить необходимую информацию на основе имеющихся данных) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников в группе не преодолевших минимальный балл, группе от минимального до 60 баллов и группе от 61 до 80 баллов эти умения сформированы недостаточно, что могло повлиять на успешность выполнения. Кроме того, следует отметить, что на успешность выполнения задания могла повлиять несформированность системных предметных знаний и умений по геометрии.

**Задание №18** высокого уровня сложности проверяет умение решать систему уравнений с параметром и определять количество корней**.** Этоеще одно задание, ставшее сложным для подавляющего большинства участников. Справились с ним только 27% участников и то из группы сильнейших. Средний процент выполнения по варианту №310 – 5%, а по региону – 7%. Максимальный балл за выполнение задания равен 4.

Формулировка задания:

Найдите все значения *a*, при каждом из которых система уравнений $\left\{\begin{array}{c}4x-y+a=0,\\2\left|y\right|-x^{2}+4x=0\end{array}\right.$ имеет ровно два различных решения.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне), базовые исследовательские действия (умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность), умение работать с информацией (умение определить недостающую информацию, получить необходимую информацию на основе имеющихся данных) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников в группе не преодолевших минимальный балл, группе от минимального до 60 баллов и группе от 61 до 80 баллов эти умения сформированы недостаточно. На успешность выполнения задания в первую очередь могла повлиять несформированность предметных знаний и умений по решению заданий с параметрами.

**Задание №19** высокого уровня сложноститрадиционно носит олимпиадный характер и связано с умением строить и решать математические модели. Данное задание олимпиадного характера. Средний процент выполнения по №310 варианту – 37%, что совпадает со средним процентом выполнения по региону. Максимальный балл за выполнение задания равен 4. Наибольшее затруднение это задание вызвало у участников из группы, не преодолевших минимальный балл – только 9% участников справились с ним. В группе участников с результатом экзамена от 81 до 100 баллов показатель средний – 56%.

Формулировка задачи:

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая из которых по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

Максимальный балл за выполнение задания равен 4.

При выполнении этого задания выпускники демонстрируют сформированность универсальных учебных познавательных действий, а именно, базовых логических действий (умение самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне), базовые исследовательские действия (умение преобразовать информацию, представленную в условии задачи, составить математическую модель, умение анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность), умение работать с информацией (умение определить недостающую информацию, получить необходимую информацию на основе имеющихся данных) и универсальных регулятивных действий, таких, как самоконтроль (владение способами самоконтроля, умение оценивать соответствие результата цели и условиям).

По результатам выполнения задания можно сделать вывод о том, что у выпускников из группы, не преодолевших минимальный балл, перечисленные выше умения сформированы недостаточно.

1. **Рекомендации по совершенствованию методики преподавания учебного предмета «Математика» на основе выявленных «проблемных зон» и типичных затруднений в освоении обучающимися элементов содержания / умений и видов деятельности**
	1. **Рекомендации на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по совершенствованию преподавания математики для всех обучающихся 5-9 классов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  **«Проблемные зоны»** **Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности усвоение которых всеми школьниками нельзя считать достаточным** | **Вероятные причины затруднений обучающихся при их выполнении** | **Методические комментарии по обучению школьников по элементам содержания / умений и видов деятельности по «проблемным зонам»** |
| умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире | Основные проблемы связаны не столько с недостаточным уровнем предметных знаний, сколько с несформированностью умения применять знания и умения при решении практико-ориентированных задач | Рекомендуем усилить компетентностную составляющую преподавания математики за счет увеличения числа сюжетных задач, рассматриваемых на уроках алгебры и геометрии. Это будет способствовать формированию у обучающихся умения применять математические знания и решать практико-ориентированные задачи.Источники сюжетных задач:1. Практико-ориентированные задания КИМ ОГЭ по математике. С 2020 года в экзамен ОГЭ по математике В КИМ включён новый блок практико-ориентированных заданий 1-5. В связи с этим, рассмотрим варианты методических приёмов работы с этими заданиями в ходе подготовки к экзамену.

При работе над заданиями 1-5 целесообразно использовать следующие педагогические приёмы:**Примеры и образцы.** Учащийся получает готовое решение с комментариями, которое он разбирает самостоятельно, либо в малой группе, либо совместно с педагогом. Решение должно быть сопровождено подробными комментариями, образцами записей, в решении должна прослеживаться стратегия, которую можно применить при решении аналогичных заданий и заданий другого типа.**Работа по алгоритму.** Учащийся самостоятельно выполняет задание по предложенному алгоритму.**Использование подсказок.** После того, как ученик уже начал работать над заданием, ученику даются подсказки в виде наводящих вопросов, аналогичных мини- заданий и пр., которые помогают найти верное решение.**Переформулирование условия.** При выполнении заданий с практическим содержанием, полезно выявить основную математическую составляющую из текста условия и зафиксировать её в виде тезисов, основных мыслей. Также полезно сложную задачу разбить над подзадачи, выявляя связи между величинами. открытый банк тестовых заданий и демоверсии КИМов ФИПИ (<https://fipi.ru/>1. Подборка материалов по оценке математической грамотности обучающихся в рамках исследования PISA <http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/matematicheskaya-gramotnost/>
2. Материалы электронного банка заданий для оценки функциональной грамотности <https://fg.resh.edu.ru/>
 |
| умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей | Самыми значимыми причинами установленных ошибок участников экзамена является отсутствие системы знаний обучающихся по геометрии, прежде всего: незнание формул площадей и объёмов геометрических объектов, незнание ключевых фактов и теорем, неумение выстраивать доказательные логические рассуждения, применять известные теоремы при решении задач. | Для преодоления устойчивых ошибок рекомендуем при повторении курса геометрии систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. Особое внимание должно быть сконцентрировано на достижении осознанности знаний учащихся, на умении применить полученные знания в практической деятельности, на умении анализировать, сопоставлять, делать вывод. Рекомендуем составлять опорные конспекты по темам курса геометрии, активно использовать составление блоков задач при изучении тем курса геометрии, применять интерактивную среду Геогебра для демонстрации геометрических объектов.Пример блока взаимосвязанных задач по теме: **"Свойства прямоугольных треугольников".**Цель составления блока: отработка навыков использования свойств прямоугольных треугольников  от простейших до нестандартных задач.Формулировки задач:1. Найдите углы равнобедренного прямоугольного треугольника.
2. Один из острых углов прямоугольного треугольника на 24°больше другого. Найдите острые углы треугольника
3. Один из острых углов прямоугольного треугольник в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.
4. В треугольнике АВС ∠С – прямой, а ∠ В = 30°. Сторона АВ равна 5 см. Найти длину стороны АС.
5. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60°, а сумма гипотенузы и меньшего из катетов равна 26,4 см. Найдите гипотенузу треугольника.
6. В равнобедренном треугольнике ABC проведена высота BD к основанию AC. Длина высоты — 6,1 см, длина боковой стороны — 12,2 см. Определи углы этого треугольника.
7. В треугольнике АВС ∠В = 90°,СС1 – биссектриса, СС1=16см, ВС1=8см. Найдите внешний угол при вершине А.
8. В треугольнике АВС ∠АСВ - тупой. Продолжения высот АА1, ВВ1, СС1 пересекаются в точке О. Докажите, что ∠ АВС=∠АОС, ∠ОАС=∠ОВС.
9. В треугольнике АВС ∠С=90°, CD – высота треугольника, ВС=2BD. Докажите, что AD=3DB.

В блоке соблюдается принцип «от простого к сложному», варьируются все возможные ситуации связей между условиями и заключением. В первых трех задачах применяется знание суммы острых углов прямоугольного треугольника на уровне программных знаний. Решение задач с четвертой по шестую предусматривает применение всех свойств прямоугольных треугольников как в стандартных ситуациях, так и при небольших отклонениях от них. Решение остальных задач требует умения применять знания в усложненных ситуациях, при решении которых требуется творческий подход. Здесь приходится анализировать сложные нестандартные геометрические ситуации, самостоятельно открывать новые факты, устанавливать отношения между ними.Подготовка школьников к решению геометрических задач (по материалам ОГЭ и ЕГЭ) / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования ; [составители: Васильева Т.В., Панфилова Т.Л., Шилова Г.Н.]. – Вологда: ВИРО, 2019.<https://viro.edu.ru/attachments/article/10238/1744.pdf> Перейти порог возможно! : сборник тренировочных заданий для подготовки к итоговой государственной аттестации выпускников основной школы : (для учащихся с низкой математической подготовкой) / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования ; [сост.: Е.М. Ганичева]. – Вологда: ­ВИРО, 2016.<https://viro.edu.ru/attachments/article/7966/2016_4.pdf>  |

* 1. **Рекомендации на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по совершенствованию преподавания математики для всех обучающихся 10-11 классов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  **«Проблемные зоны»** **Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности усвоение которых всеми школьниками нельзя считать достаточным** | **Вероятные причины затруднений обучающихся при их выполнении** | **Методические комментарии по обучению школьников по элементам содержания / умений и видов деятельности по «проблемным зонам»** |
| выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Самыми значимыми причинами установленных ошибок участников экзамена является отсутствие системы знаний обучающихся по геометрии, прежде всего: незнание формул площадей и объёмов геометрических объектов, незнание ключевых фактов и теорем, неумение выстраивать доказательные логические рассуждения, применять известные теоремы при решении задач. | Для преодоления устойчивых ошибок рекомендуем при повторении курса геометрии систематически проверять знание обучающимися основных формул, формулировок теорем, свойств геометрических объектов, которые часто используются при решении задач. Особое внимание должно быть сконцентрировано на достижении осознанности знаний учащихся, на умении применить полученные знания в практической деятельности, на умении анализировать, сопоставлять, делать вывод. Рекомендуем составлять опорные конспекты по темам курса геометрии, осваивать методы решения задач (метод подобия, метод вспомогательной окружности, векторно-координатный метод), активно использовать составление блоков задач при изучении тем курса геометрии.Вычисление площадей и объемов в стереометрических задачах (по материалам ЕГЭ) / Т.Л. Панфилова, Т.В. Васильева; Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования. – Вологда: ВИРО, 2020.<https://viro.edu.ru/attachments/article/11010/1772.pdf> - Вычисление расстояний и углов в стереометрических задачах (по материалам ЕГЭ) / Т.В. Васильева, Т.Л. Панфилова; Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования. – Вологда: ВИРО, 2020. <https://viro.edu.ru/attachments/article/11009/1769.pdf>  |
| решать сложные уравнения и неравенства  |  | Необходимо использовать в процессе обучения задания разного уровня сложности, заниматься специальной подготовкой к выполнению заданий высокого уровня сложности.Рекомендуем рассмотреть равносильные, допустимые, недопустимые преобразования уравнений, привести примеры преобразований каждого вида. Для закрепления умений использовать приёмы: выполнение действий по алгоритму, «найди ошибку в решении», заполнение таблицы, в которой требуется определить, допустимо ли преобразование без дополнительных условий, если заданы выражения, входящие в уравнение и преобразования выражений.Повышение качества подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике с учетом результатов оценочных процедур: метод. пособие. Ч. 2 / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования; [сост. Цыпленкова Н.А.]. – Вологда: ВИРО, 2018. (<https://viro.edu.ru/attachments/article/10235/2.pdf> )Повышение качества подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике с учетом результатов оценочных процедур: метод. пособие. Ч. 1. / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования; [сост. Н.А. Цыпленкова]. – Вологда:ВИРО, 2018.(<https://viro.edu.ru/attachments/article/10234/45.pdf> ) |
| решать задачи экономического содержания, для решения которых необходимо строить и исследовать математические модели |  | Рекомендуем усилить компетентностную составляющую преподавания математики за счет увеличения числа экономических задач, рассматриваемых на уроках алгебры. Это будет способствовать формированию у обучающихся умения применять математические знания и решать практико-ориентированные задачи.открытый банк тестовых заданий и демоверсии КИМов ФИПИ (<https://fipi.ru/>Материалы электронного банка заданий для оценки функциональной грамотности <https://fg.resh.edu.ru/>  |

* 1. **Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета для всех обучающихся**

**С целью повышения качества преподавания математики в 5-9 классах рекомендуем:**

**Учителям, методическим объединениям учителей:**

Учителям математики необходимо:

* при годовом планировании уроков отводить достаточное количество времени на организацию повторения материала основной школы;
* при проведении текущих и итоговых проверок знаний учащихся чаще использовать материалы и инструментарий, используемые в рамках формы проведения экзамена;
* находить возможности для устных ответов обучающихся по доказательству теорем, объяснению решений задач на доказательство по геометрии;
* повышать мотивацию к обучению и, в частности, к осознанию важности ответственной подготовки к ОГЭ;
* активнее использовать информационно-коммуникационные технологии при проведении учебных занятий и при подготовке к экзамену, в том числе программную среду динамической геометрии Геогебра;
* продумать систему работы со школьниками, имеющими разный уровень математической подготовки;
* чаще использовать тестовые технологии при организации обучения математике;
* больше внимания на уроках математики уделять развитию вычислительной культуры обучающихся (устные и письменные вычисления, прикидка и оценка полученного результата), совершенствованию умения проводить вычисления в различных ситуациях, включая практикоориентированные задачи;
* стимулировать обучающихся решать математические задачи разными способами;
* систематически предлагать на уроках математики и в домашних заданиях (в части по выбору) решать нестандартные задачи, задачи на смекалку, задания повышенной сложности;
* изыскивать возможности для осуществления дополнительной подготовки выпускников через систему уроков, а также через курсы по выбору учащихся;
* больше внимания уделять не только отработке стандартных алгоритмов решения задач, но и формированию умений применять знания для решения задач в несколько измененной или новой для ученика ситуации;
* больше внимания уделять развитию общеучебных умений и навыков учащихся: умение находить и анализировать информацию, умение работать с различными источниками информации; умение найти более рациональный способ решения, умение осуществлять самоконтроль при решении примеров и задач;
* больше внимания уделять развитию самостоятельности мышления учащихся, что будет способствовать формированию умений решать задачи и, в конечном итоге, повышению качества математического образования;
* при организации и проведении уроков обязательно обращать внимание на оформление решений. Здесь главным критерием должна служить **математически грамотная запись** решения;
* при подготовке к экзамену обязательно изучить демоверсию и планировать повторение с учетом наиболее сложных тем;
* познакомить школьников с критериями оценивания экзаменационных работ в рамках новой формы государственной (итоговой) аттестации;
* с учетом выявленных пробелов в подготовке школьников, следует более тщательно подходить к изучению элементов содержания, представленных в таблице 1:

 *Таблица 1.*

|  |  |
| --- | --- |
| **В программе какого класса изучается** | **Проверяемый элемент содержания** |
| 5 | Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел.  |
| Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби |
| Рациональные числа. Арифметические операции с рациональными числами |
| Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений |
| Решение текстовых задач |
| Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник. Окружность и круг |
| 6 | Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел.  |
| Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби |
| Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами |
| Решение текстовых задач |
| Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений |
| Буквенные выражения (выражения с переменными) |
| Координатная прямая |
| Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник. Окружность и круг |
| 7 | Рациональные числа. Арифметические операции с рациональными числами |
| Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами |
| Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений |
| Буквенные выражения (выражения с переменными) |
| Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени |
| Многочлены |
| Целые и дробно-рациональные уравнения. Системы и совокупности уравнений |
| Решение текстовых задач |
| Функция, способы задания функции. График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке |
| Координатная прямая. Декартовы координаты на плоскости |
| Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник. Окружность и круг |
| Измерение геометрических величин |
| Описательная статистика. Вероятность |
| Множества. Графы |
| 8 | Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами |
| Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений |
| Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени |
| Многочлены |
| Алгебраическая дробь |
| Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени |
| Целые и дробно-рациональные уравнения. Системы и совокупности уравнений |
| Целые и дробно-рациональные неравенства. Системы и совокупности неравенств |
| Решение текстовых задач |
| Функция, способы задания функции. График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке |
| Координатная прямая. Декартовы координаты на плоскости |
| Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник. Окружность и круг |
| Измерение геометрических величин |
| Многоугольники |
| Описательная статистика. Вероятность |
| Множества. Графы |
| 9 | Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами |
| Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений |
| Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени |
| Целые и дробно-рациональные уравнения. Системы и совокупности уравнений |
| Целые и дробно-рациональные неравенства. Системы и совокупности неравенств |
| Решение текстовых задач |
| Последовательности. Способы задания последовательностей |
| Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов |
| Функция, способы задания функции. График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке |
| Координатная прямая. Декартовы координаты на плоскости |
| Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник. Окружность и круг |
| Измерение геометрических величин |
| Многоугольники |
| Векторы на плоскости |
| Описательная статистика. Вероятность |
| Множества. Графы |

Учителям рекомендуется использовать задания, разработанные в рамках проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности» (<http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/estestvennonauchnaya-gramotnost>), как в целях формирования математической грамотности, так и в рамках урочной и внеурочной деятельности. Задания желательно выполнять в парах или группах, тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя коллективный опыт, уточнить свое понимание ситуации, задать вопросы учителю, выявить суть задания и найти необходимые способы их решения. В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить выполнить аналогичное упражнение, придумать свои задания на основе рассмотренного сюжета или использовать различные сборники и банки заданий:

* подборка материалов по оценке математической грамотности обучающихся в рамках исследования PISA - рекомендуется использовать для 8-10-классников - http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018\_ml.html ;

***При подготовке к оценочным процедурам, в том числе и государственной итоговой аттестации также рекомендуется использовать в учебном процессе***

***интернет-ресурсы:***

* интерактивные уроки образовательной платформы «Российская электронная школа» (<https://resh.edu.ru/> );
* видеоуроки группы компаний «Просвещение» (<https://uchitel.club/online-lessons/>);
* видеуроки, тесты, виртуальные лаборатории, тренажеры и др. Библиотеки МЭШ (<https://uchebnik.mos.ru/catalogue> )
* открытый банк тестовых заданий и демоверсии КИМов ФИПИ (<https://fipi.ru/> );
* навигатор подготовки ФИПИ, рекомендации по самостоятельной подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике (<https://fipi.ru/navigator-podgotovki> );
* решу ЕГЭ, на сайте размещены примерные варианты ЕГЭ по всем предметам, а также много разнообразных заданий (<https://phys-ege.sdamgia.ru/> );
* информация о вебинарах, интернет-ресурсах и др. публикуется в региональном профессиональном сетевом сообществе «Методподдержка\_Вологодская обл\_Математика» в социальной сети ВКонтакте (<https://vk.com/club193600972>,

В сетевом сообществе размещаются: информационные и методические материалы по организации и проведению ГИА, записи вебинаров, проводятся консультации в дистанционной форме, трансляция эффективных педагогических практик ОО с наиболее высокими результатами ЕГЭ (онлайн-выступления педагогов), инициирование и сопровождение совместной разработки участниками сетевых сообществ методических и дидактических материалов, программных продуктов для использования их в образовательной деятельности, в том числе при подготовке обучающихся к ГИА.

**Для подготовки к ГИА рекомендуется использовать учебно-методические пособия**:

Вычисление площадей и объемов в стереометрических задачах (по материалам ЕГЭ) / Т.Л. Панфилова, Т.В. Васильева; Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования. – Вологда: ВИРО, 2020. (https://viro.edu.ru/attachments/article/11010/1772.pdf )

Вычисление расстояний и углов в стереометрических задачах (по материалам ЕГЭ) / Т.В. Васильева, Т.Л. Панфилова; Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования. – Вологда: ВИРО, 2020. (https://viro.edu.ru/attachments/article/11009/1769.pdf )

Функциональные методы решения задач с параметром : учебно-методическое пособие / Г.Н. Шилова, Е.В. Шульман ; Департамент образования Вологодcкой области, Вологодский институт развития образования. – Вологда: ВИРО, 2020. (<https://viro.edu.ru/attachments/article/10987/1767.pdf> ).

Подготовка школьников к решению геометрических задач (по материалам ОГЭ и ЕГЭ) / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования ; [составители: Васильева Т.В., Панфилова Т.Л., Шилова Г.Н.]. – Вологда: ВИРО, 2019.

(<https://viro.edu.ru/attachments/article/10238/1744.pdf> )

Повышение качества подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике с учетом результатов оценочных процедур: метод. пособие. Ч. 2 / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования; [сост. Цыпленкова Н.А.]. – Вологда: ВИРО, 2018.

(<https://viro.edu.ru/attachments/article/10235/2.pdf> )

Повышение качества подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике с учетом результатов оценочных процедур: метод. пособие. Ч. 1. / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования; [сост. Н.А. Цыпленкова]. – Вологда:ВИРО, 2018.

(<https://viro.edu.ru/attachments/article/10234/45.pdf> )

Перейти порог возможно! : сборник тренировочных заданий для подготовки к итоговой государственной аттестации выпускников основной школы : (для учащихся с низкой математической подготовкой) / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования ; [сост.: Е.М. Ганичева]. – Вологда: ­ВИРО, 2024.

(<https://viro.edu.ru/wp-content/uploads/2023/06/1830-%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D0%B2%D0%B0-%D0%9E%D0%93%D0%AD-%D1%81-%D0%BE%D0%B1%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%BA%D0%BE%D0%B9-%D0%90%D0%90%D0%90.pdf> )

Формирование математической грамотности обучающихся / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования ; [составитель Е.М. Ганичева]. – Вологда: ВИРО, 2021. (<https://viro.edu.ru/attachments/article/11199/1784.pdf> )

**С целью повышения качества преподавания математики в 10-11 классах рекомендуем:**

**Учителям:**

При проектировании образовательной деятельности рекомендуется:

* ознакомиться с анализом типичных ошибок и затруднений, выявленных по результатам экзамена 2024 г.;
* познакомить школьников со структурой и демоверсией КИМ 2025 г., критериями оценивания экзаменационных работ в рамках государственной (итоговой) аттестации;
* с учетом выявленных пробелов в подготовке школьников, следует более тщательно подходить к изучению таких элементов содержания, как:

решение задач по стереометрии;

преобразования тригонометрических выражений;

график функции и график производной функции;

решение задач с параметрами;

решение задач по планиметрии.

* особое внимание обратить на решение задач повышенной сложности по теории вероятностей с использованием формул полной вероятности, формул Бернулли, формул сложения и умножения вероятностей, определения зависимых и независимых, совместных и несовместных событий, понятия условной вероятности;
* включать в процесс обучения задачи практического содержания, задачи, требующие переформулирования условия, нестандартные задачи;
* усилить внимание к разделам курса математики, вызывающим наибольшие трудности, в частности, к геометрии, математическому анализу;
* выстраивать систему подготовки к экзамену с помощью диагностических работ, направленных на выявление проблем учащихся;
* при изучении функциональной линии целесообразно усилить практическую направленность, в частности, отработку теоретической основы алгоритма исследования функции и вычисления точек экстремума, определения промежутков монотонности функции, использования связи графика функции и графика ее производной, нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, знание геометрического смысла производной;
* знакомить учащихся с обобщенным методом интервалов и методом рационализации;
* при изучении геометрического материала важно формировать у школьников понимание общих подходов к решению задач, проводить анализ условия задачи, выделять базовые или опорные задачи, необходимые для решения, грамотно выполнять построения и читать чертеж, использовать необходимые формулы, усилить направление работы, связанное с решением геометрических задач и задач на доказательство;
* при изучении стереометрии следует обратить внимание на задачи, связанные с построением сечений, а также на задачи, связанные с нахождением углов между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, расстоянием между скрещивающимися прямыми. Следует обратить особое внимание на задачи, связанные с доказательством принадлежности точек прямой и принадлежности точки плоскости. Обратить внимание на координатно – векторный способ решения;
* использовать для подготовки выпускников учебно-тренировочные материалы издательств «Просвещение», «Федеральный центр тестирования» и федерального банка тестовых заданий на сайте Федерального института педагогических измерений (www.fipi.ru, www.mathege.ru) , портале «Школьная математика» (http://школьнаяматематика.рф) в разделе «Опыт учителей» или на сайте журнала «Математика» на портале Всероссийской ассоциации учителей математики(<http://raum.math.ru/node/179>).

**Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки**

С целью повышения качества обучения математике школьников 5-9 классов с разным уровнем предметной подготовки рекомендуем:

**Учителям:**

* Уровневая интерпретация результатов ГИА по математике позволяет спланировать систему работы в образовательных организациях, муниципальных районах с разными группами обучающихся, в том числе демонстрирующих высокие образовательные результаты.
* С целью формирования ключевых компетенций обучающихся по математике в процессе подготовки к ГИА необходимо проектировать индивидуальные образовательные маршруты на основе оценочных процедур. Разрабатывать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся с учетом проверяемых умений и видов деятельности («проблемных зон») ГИА по математике текущего года.
* В начале учебного года необходимо провести диагностическую работу с целью определения уровня предметной подготовки. По результатам работы выделить три группы обучающихся: группа риска, куда войдут обучающиеся с низким уровнем предметной подготовки (предполагаемые результаты экзамена – ниже минимального балла); группа выпускников со средним уровнем усвоения (предполагаемые результаты ЕГЭ от минимального до 60 баллов) и группа выпускников с высокими результатами (предполагаемые результаты от 61 до 100 баллов).
* Планирование работы как на уроке, так и домашней работы, осуществлять с учетом разного уровня подготовки обучающихся.

В работе с обучающимися, демонстрирующими низкие образовательные результаты, особое внимание следует обратить на отработку понимания базовых понятий, формирование умения решения типовых заданий. При этом возможно использование приёма многокомпонентных упражнений, варьирование формулировок заданий. По мере освоения содержания проводить диагностику результатов и в случае улучшения переходить на более высокий уровень.

Для работы с обучающимися с низким уровнем математической подготовки рекомендуется использовать сборник тренировочных заданий:

 Перейти порог возможно! : сборник тренировочных заданий для подготовки к итоговой государственной аттестации выпускников основной школы : (для учащихся с низкой математической подготовкой) / Департамент образования Вологод. обл., Вологод. ин-т развития образования ; [сост.: Е.М. Ганичева]. – Вологда: ­ВИРО, 2024.

(<https://viro.edu.ru/wp-content/uploads/2023/06/1830-%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D0%B2%D0%B0-%D0%9E%D0%93%D0%AD-%D1%81-%D0%BE%D0%B1%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%BA%D0%BE%D0%B9-%D0%90%D0%90%D0%90.pdf> )

Пример индивидуального образовательного маршрута по математике ученика 9 класса

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№*** | ***Тема / Элемент содержания*** | ***Форма контроля*** | ***Дата консультации/ Ссылка на вебинар*** | ***Посещаемость*** | ***Дата диагностической работы*** | ***Результат*** |
| 1 | Неравенства и системы неравенства.) линейные неравенстваб.) квадратные неравенствав.) системы неравенств | Диагностическая работа (<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfQQaABRETe8Bt-KLMYDoPg1epi_ORbnsTr-5SaWQbWqW63_g/viewform?usp=sf_link> ) | 23.06.2024а.) <https://yandex.ru/video/preview/6499061719873695698><https://youtu.be/qMnpFymFQMk> б.) <https://yandex.ru/video/preview/2591378633259876404><https://youtu.be/847xXNJimmY> в.) <https://yandex.ru/video/preview/12584867072410139910><https://youtu.be/l4y_9y3Bg9s>  |  | 28.06.2024 |  |
| 2 | Решение уравнений:а.) линейные уравненияб.) квадратные уравненияв.) системы уравнений | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdhipCzHcxfhoR5T_yITK0n-ZQJ1YZlmvMaAePnmgbSpROZIw/viewform?usp=sf_link> ) | 29.06.2024<https://yandex.ru/video/preview/11246012555676982488><https://www.youtube.com/watch?v=ZjwxGrSc7mY> решение линейных уравнений<https://www.youtube.com/shorts/qZewmuPirhg> квадратные уравнения 1 способ<https://www.youtube.com/shorts/U5EQrihb2ag> квадратные уравнения 2 способ<https://www.youtube.com/shorts/tOyWE5Z-6PE> другие способы решения квадратных уравнений 3<https://www.youtube.com/shorts/Vmwi-JRsYRE> 4 способ решения квадратных уравнений<https://www.youtube.com/watch?v=BmmB-U6jq1w&pp=ygUu0YDQtdGI0LXQvdC40LUg0YHQuNGB0YLQtdC8INGD0YDQsNCy0L3QtdC90LjQuQ%3D%3D> решение систем линейных уравнений методом подстановки<https://www.youtube.com/watch?v=SMXORIlY9H4> решение систем линейных уравнений методом сложения <https://www.youtube.com/watch?v=PFehLjrctRY> графический способ решения систем уравнений с двумя переменными |  | 4.07.2024 |  |
| 3 | Числовые последовательности. Прогрессии.а.) Арифметическая прогрессияб.) Геометрическая прогрессия | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScrjzs5ww9Yaq6zT91xTQdYL9yGMAMLQrnVfTNa3jS30uUe-Q/viewform?usp=sf_link> ) | 5.07.2024а.) <https://yandex.ru/video/preview/13481127486832004057> б.) <https://yandex.ru/video/preview/12863655352263039069>  |  | 7.07.2024 |  |
| 4 | Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdocFHAQs9LfRwKcnptfqq9jVI3B4c-SNTYMCj-Cmd3YBJWmg/viewform?usp=sf_link> ) | 8.07.2024<https://yandex.ru/video/preview/7827808543670986002><https://www.youtube.com/watch?v=PrC457bT6_Q&list=PLELbt5MAN-BHqZZcower1568_OUGcT-Co&index=2> <https://www.youtube.com/watch?v=H3qxVn0EkE8&list=PLELbt5MAN-BHqZZcower1568_OUGcT-Co&index=3>  |  | 11.07.2024 |  |
| 5 | Соотношения между сторонами и углами треугольникаа.)синус, косинус, тангенс углаб.) теорема синусовв.) теорема косинусов | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSc5w7fq-h5RS3C5Eoq4bf1QI_fPxlNdCGJP4jcta8sBLXHtWg/viewform?usp=sf_link> ) | 12.07.2024а.) https://www.yandex.ru/video/preview/16841896960131290197б, в.) https://www.yandex.ru/video/preview/766237886306880250 |  | 14.07.2024 |  |
| 6 | Длина окружности. Площадь круга | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfrVgKaKHX3nwjjJ_QdhMVYpzPs0PqZ40c7pgfYwjYvSxs3hg/viewform?usp=sf_link> ) | 17.07.2024https://www.yandex.ru/video/preview/4052444160565494864 |  | 19.07.2024 |  |
| 7 | Площади треугольника, четырехугольников | Диагностическая работа(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfmSurqyfx9bIQT8qi-2vAHREZg_GINkbCdVdzuWsq6PgZDEA/viewform?usp=sf_link> ) | 20.07.2024https://www.yandex.ru/video/preview/5069175025190324013 |  | 24.07.2024 |  |
| 8 | Практико-ориентированные задачиа.)Форматыб.)План участкав.)План квартирыг.)Деревни | Диагностическая работа<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfvRqJpGa0M-DNlip2z3BVtOIbRPQzqA_PQpsAn1QtqxSrk7Q/viewform?usp=sf_link>  | 25.07.2024а.) <https://www.yandex.ru/video/preview/1556324393078046322>б.) <https://www.yandex.ru/video/preview/11177085536794331002>в.) <https://www.yandex.ru/video/preview/17500313949462060371>г.) <https://www.yandex.ru/video/preview/4084359027425713386>  |  | 27.07.2024 |  |
| 9 | Степени и корни | Диагностическая работа<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScbXyjD6f3TuQSV8ROE1sPT5L54WwWtGvsXH7dP6hqr-kyMBw/viewform?usp=sf_link>  | 28.07.2024https://www.yandex.ru/video/preview/5116002972728025095 |  | 2.08.2024 |  |
| 10 | Числа и вычисления | Диагностическая работа | 3.08.2024https://www.yandex.ru/video/preview/7947681497217462611 |  | 7.08.2024 |  |
| 11 | Решение вариантов ОГЭ | Диагностические работа. 1. <https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=53242813>
2. <https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=53242804>
3. <https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=53242810>
4. <https://www.time4math.ru/_files/ugd/3fbc02_68b93eef72484b4680d753457a97f87c.pdf>

Итоговая проверочная работа (<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeFJPqUTcE06cvkTDUTlZoZRx1iE6OT3t_X4FhncuPkPBxfjQ/viewform?usp=sf_link> ) | 8.08.2024 |  | 14.08.2024 |  |

* При работе с группой со средним уровнем подготовки по результатам входной диагностики необходимо определить уровни подготовки по темам. По всем темам особое внимание следует обратить на отработку понимания базовых понятий, формирование умения решения типовых заданий. При работе над темой использовать блоки задач, включающие как упражнения и задания на знание понятий темы, способов действий, задания базового уровня сложности, так и задания повышенного уровня. В случае, когда задачу можно решить, используя разные методы решения, показать и пояснить каждый из них. По мере освоения содержания проводить диагностику результатов и в случае улучшения переходить на более высокий уровень.
* В работе с обучающимися, демонстрирующими высокие образовательные результаты, необходимо учитывать мотивацию к изучению математики, способности к серьёзной самостоятельной деятельности. Тем не менее, по всем темам особое внимание следует обратить на отработку понимания базовых понятий, формирование умения решения типовых заданий. При работе над темой использовать блоки задач, включающие как упражнения и задания на знание понятий темы, способов действий, задания базового уровня сложности, так и задания повышенного и высокого уровня. В случае, когда задачу можно решить, используя разные методы решения, показать и пояснить каждый из них.

Учащимся для дифференцированной работы можно предложить различные приёмы:

* **«задания по алгоритму»** Ученик должен самостоятельно решить задачу по изученному алгоритму, после этого предложить решить похожую задачу абсолютно самостоятельно.
* **«примеры и задания по образцу или с пропусками»** Ученик получает задачу с решением, которое он должен разобрать самостоятельно. Решение может быть с комментариями (на что особенно обратить внимание) и советами, какой теоретический материал необходимо повторить.
* **«использование подсказок»** Подсказкой может быть задача, решенная ранее, или теорема, или указание метода решения…
* **«мозговой штурм»** хорошо применять при решении сложных заданий второй части. Ценность приема заключается в стимулировании поисковой активности и критичности мышления.
* Организовать для учащихся, способных решать задания повышенного и высокого уровня сложности, внеурочные занятия (факультативы, консультации) в отдельной группе.

**Методическим объединениям учителей:**

**Рекомендуем обсудить на методических объединениях учителей-предметников следующие темы:**

* «Успешные практики формирования вычислительных навыков 5-9 классов»; «Методика формирования умений решать уравнения и неравенства»;
* «Методика подготовки обучающихся к выполнению заданий с развернутым ответом ОГЭ и ЕГЭ по математике»;
* «Формирующее оценивание на уроках математики: проектирование индивидуального образовательного маршрута с учетом результатов оценочных процедур»;
* «Современный урок математики и его место в успешной подготовке обучающихся»;
* «Методика составления блоков задач при обучении геометрии»;
* «Методика подготовки обучающихся к выполнению заданий высокой степени сложности на ОГЭ по математике»;
* «Методика подготовки обучающихся к выполнению заданий высокой степени сложности на ЕГЭ по математике»;
* «Формирование математической грамотности обучающихся»;
* «Методика решения практико-ориентированных задач в курсе математики основной школы»;
* «Методика решения практико-ориентированных задач в курсе математики средней школы»;
* «Применение программной среды Geogebra при решении геометрических задач с элементами исследования»;
* «Методика решения текстовых задач в курсе математики основной школы»;
* «Методика решения экономических задач в курсе математики средней школы»;
* «Методика обучения решению заданий по тригонометрии»;
* «Методика обучения решению задания с параметром»;
* «Организация обучения школьников работе с понятием «производная» для неформального его усвоения».

В индивидуальные образовательные маршруты учителей на основе выявленных типичных затруднений рекомендуем включить вопросы организации образовательной деятельности учителей математики с обучающимися «группы риска», а также методики преподавания предмета в условиях индивидуализации обучения.

С учетом выявленных профессиональных дефицитов по результатам оценки предметных и методических компетенций учителей математики ***рекомендуем в индивидуальных образовательных маршрутах педагогов*** отразить ***следующие темы:***

* Практикумы для учителей по основам предметной компетенции с целью повышения уровня математической грамотности; формирования предметных умений решения уравнений и неравенств, построения графиков функций, решения текстовых задач; решения геометрических задач высокого уровня сложности по планиметрии; решения геометрических задач высокого уровня сложности по стереометрии; решения задач с параметром; решения нестандартных задач;
* Практикумы по планированию результатов обучения на основе ФГОС;
* Практикумы по основам методики преподавания математики в классах с разным уровнем подготовки обучающихся;
* Практикумы по решению задач с элементами теории вероятностей и статистики.

Для методических объединений учителей математики предлагаются примерные темы для обсуждения:

При разработке плана методической работы на учебный год включить в число мероприятий мастер-классы и практикумы по темам:

* «Основные методы и приёмы решения целых рациональных уравнений»,
* «Дробно-рациональные уравнения: методы и основные приёмы решения»,
* «Иррациональные уравнения: методы и приёмы решения»,
* «График функции и график её производной»,
* «Использование понятия модуля в тождественных преобразованиях выражений»,
* «Метод интервалов и его применение к решению уравнений и неравенств»,
* «Признаки делимости и применение их к решению задач»,
* «Задания с параметром: графический метод решения»,
* «Вычисление расстояний и углов в стереометрических задачах»,
* «Вычисление площадей и объёмов в стереометрических задачах»,
* «Теорема Менелая и её применение к решению задач».

**Руководителям образовательных организаций:**

Для совершенствования качества подготовки выпускников:

* организовать работу по информированию родителей выпускников о порядке проведения государственной итоговой аттестации, содержании контрольно-измерительных материалов, электронных образовательных ресурсах для подготовки к ГИА;
* спланировать систему оценки образовательных достижений школьников с разным уровнем предметной подготовки с учетом требований Федеральной рабочей программы и результатов ГИА по математике;
* оказать методическую поддержку учителям математики в разработке индивидуальных образовательных маршрутов для обучающихся с разным уровнем предметной подготовки;
* организовать комплекс диагностических мероприятий по результатам прохождения обучающимися с разным уровнем предметной подготовки индивидуальных образовательных маршрутов;
* организовать обобщение опыта дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки на уровне образовательной организации.
* оказывать поддержку при проведении мероприятий для повышения квалификации учителей, рекомендовать педагогам, более активное участие в мероприятиях методического сопровождения на уровне региона;
* оказывать поддержку при организации мероприятий для обучающихся, направленных на развитие интереса к предмету, участие в предметных конкурсах и олимпиадах;
* организовывать и контролировать диагностические работы по математике с целью определения уровня знаний и умений учащихся по предмету и выявления образовательных организаций;
* организовать работу с родителями по разъяснению содержания, планируемых результатов обучения и системы оценивания по предмету;
* стимулировать работу учителей с разными группами обучающихся.

**Муниципальным органам управления образованием:**

Муниципальным органам управления образованием необходимо контролировать вопросы подготовки к государственной итоговой аттестации, оказывать организационную поддержку при проведении информационно-методических семинаров для специалистов органов местного самоуправления муниципальных округов, муниципальных районов и городских округов, осуществляющих управление в сфере образования, методистов муниципальных методических служб, руководителей муниципальных и школьных методических объединений по учебным предметам по вопросам подготовки обучающихся к ГИА-9, в т.ч. в рамках проведения Единых методических дней в муниципальных районах и городских округах «Актуальные вопросы реализации современной образовательной практики в системе общего образования региона» - Совершенствование методики преподавания учебных предметов, предметных областей на основе результатов оценочных процедур ГИА.

Для совершенствования качества подготовки выпускников оказывать помощь школам при проведении диагностических работ по математике (не менее трех в учебном году).

**Муниципальным органам управления образованием:**

- С учетом результатов ОГЭ и ЕГЭ по математике включить в муниципальный (городской) комплекс мер по повышению качества обучения математике мероприятия по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки;

- систематически проводить диагностику уровня сформированности предметных результатов по группам умений и по разделам рабочей программы учебного предмета «Математика» у обучающихся с разным уровнем предметной подготовки;

- обобщать и транслировать на муниципальном уровне инновационный опыт применения активных методик дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки;

- системно проводить диагностику уровня (тренировочное тестирование) сформированности предметных и метапредметных результатов обучающихся с разным уровнем предметной подготовки;

- обобщать и транслировать на региональном уровне инновационный опыт применения активных методик дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки в рамках Методических интенсивов для учителей - предметников с участием регионального методического актива по региональному проекту «Поддержка школ с низкими результатами и школ, функционирующих в неблагоприятных условиях»;

- обобщать и транслировать на региональном уровне инновационный опыт применения активных методик дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки на региональных интерактивных площадках.

**Рекомендации по формированию метапредметных умений, в том числе и функциональной математической грамотности**

**Учителям, методическим объединениям учителей:**

В процессе обучения математике необходимо целостное системное формирование комплекса универсальных учебных действий. В этом направлении представляется продуктивным включать в деятельность обучающихся задания, направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий. Эффективным будет создание на уроках проблемных ситуаций, активизирующих и направляющих мышление обучающихся. Важно научить школьников формулировать цель деятельности, составлять план действий по решению проблемы.

Целесообразно при решении разного типа заданий включать следующие вопросы для группового обсуждения: «Что необходимо сделать, чтобы найти правильное решение?», «Как вы думаете, какой результат может получиться?», «Что необходимо знать (уметь) для выполнения данного задания?». Также при подготовке продуктивно использовать чек-листы, оценочные листы как по отдельным темам, так и по отдельным предметным умениям. Не менее важные компоненты учебной деятельности – контроль и оценка. Задача педагога – научить школьников сопоставлять свои действия с заданным образцом выполнения задания, обнаруживать совпадение, сходство, различие в процессе разных видов анализа.

При сдаче ОГЭ и ЕГЭ одним из важных универсальных учебных регулятивных действий является умение выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, в том числе, ресурсов времени. Таким образом, успешность сдачи ОГЭ и ЕГЭ может повыситься, если выпускник в процессе обучения математике научится выбирать верные стратегии планирования времени. В этом направлении продуктивно организовывать тренировочные прорешивания демонстрационных вариантов ОГЭ и ЕГЭ, предлагаемых ФИПИ, в режиме ограниченного времени.

 С целью развития познавательных УУД следует активно включать в урок задачи на развитие логического мышления, умение рассуждать, делать выводы. Продуктивно использовать схемы, отражающие связи между понятиями, приёмы решения задач; предлагать формулировки заданий, формирующие у детей мыслительные операции анализа и синтеза, развивать умения выбирать основание для классификации, умения классифицировать математические объекты по определенным признакам. Больше внимания уделять работе с текстами, анализу условий задачи, изменять формулировки заданий, использовать многокомпонентные задания.

 Особое внимание на уроках математики следует уделить развитию коммуникативных УУД. Следует создавать условия для развития речи обучающихся, овладения математическими терминами, системно использовать задания, ориентированные на устную и письменную коммуникацию: комментарии решения задачи, доказательство утверждений, теорем, доклады и сообщения, и др.

 Выстроить на уроках математики систематически и целенаправленно организованную учебную деятельность школьников по формированию математической грамотности, включать задачи практико-ориентированного содержания; обеспечить организацию проектной деятельности учащихся с позиции формирования функциональной грамотности.

 Использовать формирующее оценивание уровня функциональной грамотности обучающихся, учитывая степень индивидуальных затруднений учеников в выполнении заданий.

 **Муниципальным органам управления образованием**

Актуализировать планы работы муниципальных методических объединений учителей математики в части включения мероприятий, направленных на формирование и оценку функциональной грамотности.

Организовать мероприятия по обмену опытом учителей математики в

 **Руководителям образовательных организаций:**

Актуализировать планы работы школьных методических объединений учителей математики в части включения мероприятий, направленных на формирование и оценку функциональной грамотности обучающихся.

Включить в план методической работы образовательной организации открытые уроки, направленные на формирование функциональной грамотности.

Организовать систематическую подготовку учителей математики к формированию и оцениванию функциональной грамотности (курсы повышения квалификации, консультации, качественная работа в школьном методическом объединении, выявление и обмен успешным опытом).

Создать условия для трансляции позитивных практик учителей по формированию функциональной грамотности через участие в конференциях, семинарах, проведение открытых уроков, мастер-классов.

### Планируемые меры методической поддержки изучения учебных предметов в 2024-2025 уч.г. на региональном уровне.

### Планируемые мероприятия методической поддержки изучения учебных предметов в 2024-2025 уч.г. на региональном уровне, в том числе в ОО с аномально низкими результатами ЕГЭ 2024 г.

Таблица 2‑14

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Мероприятие*(указать тему и организацию, которая планирует проведение мероприятия)* | Сроки | Категория участников |
| 1. | Разработка комплекса мер по повышению качества обучения по учебному предмету «Математика» с учетом результатов ГИА по основным общеобразовательным программам среднего общего образования, **ЦНППМПР в г. Вологде, ЦНППМПР в г. Череповце** | сентябрь 2024 г. | Методисты ВИРО |
| 2. | Вебинар «Рекомендации по повышению качества преподавания математики на основе результатов ЕГЭ в 2023-2024 учебном году», **ЦНППМПР в г. Вологде** | октябрь 2024 г. | Учителя математики, эксперты предметной комиссии по математике |
| 3. | Проведение диагностических работ по математике в форме ЕГЭ для обучающихся 11-х классов (сентябрь, декабрь, март), образовательные организации | Сентябрь, декабрь 2024 г., март 2025 г. | Обучающиеся 11-х классов |
| 5. | Организация и проведение информационно-методических семинаров по вопросам подготовки обучающихся к ГИА-11, в т.ч. в рамках проведения Единых методических дней в муниципальных округах, муниципальных районах и городских округах «Актуальные вопросы реализации современной образовательной практики в системе общего образования региона» - Совершенствование методики преподавания учебного предмета «Математика» на основе результатов оценочных процедур ГИА, **ЦНППМПР в г. Вологде** | По отдельному графику | Специалисты органов местного самоуправления муниципальных округов, муниципальных районов и городских округов, осуществляющих управление в сфере образования, методисты муниципальных методических служб, руководители муниципальных и школьных методических объединений учителей математики |
| 6. | Разработка индивидуальных образовательных маршрутов для педагогов с целью повышения их профессиональной компетентности в части методики преподавания и знания путей достижения образовательных результатов и способов оценки результатов обучения по учебному предмету, **ЦНППМПР в г. Вологде, ЦНППМПР в г. Череповце** | октябрь 2024 г. | Учителя математики |
| 7. | Разработка онлайн-тренажера по предмету «Математики», **ЦНППМПР в г. Вологде, ЦНППМПР в г. Череповце** | октябрь 2024 г. | Учителя математики |
| 8. | Обучение учителей математики по дополнительной профессиональной образовательной программе «Содержательные и методические аспекты преподавания элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики на уровне основного общего и среднего общего образования» | октябрь 2024 г. | Учителя математики |
| 9. | Обучение учителей математики по дополнительной профессиональной образовательной программе «Совершенствование профессиональной компетенции учителей математики в области формирования математической грамотности обучающихся» | ноябрь 2024 г. | Учителя математики |
| 10. | Обучение учителей математики по дополнительной профессиональной образовательной программе «Методика решения задач по геометрии как способ совершенствования предметной компетенции учителя математики» | декабрь 2024 г. | Учителя математики |
| 11. | Методические интенсивы по повышению качества обучения школьников с учетом результатов оценочных процедур с участием членов регионального методического актива по темам: «О составлении блока задач по теме «Окружность и круг», «Способы решения неравенств», «О приёмах обучения решению задач на вычисление площадей геометрических фигур», «О приёмах обучения решению задач на вычисление объёмов геометрических тел», «Метод интервалов и его применение к решению уравнений и неравенств», «Признаки делимости и применение их к решению задач», «Способы решения логических задач», «Решение логических задач с использованием кругов Эйлера»**ЦНППМПР в г. Вологде, ЦНППМПР в г. Череповце** | по отдельному графику | Учителя математики |
| 12. | Подготовка методического кейса для учителей математики по проблемным зонам формирования функциональной грамотности по теме: «О формировании читательской грамотности в процессе обучения математике» | декабрь 2024 г. | Методисты ВИРО |
| 13. | Выездные мероприятия для проведения индивидуальной адресной работы с учителями- предметниками на базе общеобразовательных организаций | по отдельному графику | Учителя математики |
| 14. | Межрегиональный конкурс методических разработок педагогов по шести направлениям функциональной грамотности (математическая, естественнонаучная, читательская, финансовая грамотность, креативное мышление, глобальные компетенции) | Октябрь-ноябрь 2024 г. | Педагогические работники общеобразовательных организаций |
| 15. | Региональный конкурс профессионального мастерства для учителей и преподавателей (Математика/ информатика)«*lim* Мастерства 1.0» | ноябрь 2024 г. | Учителя предметной области «Математика и информатика» общеобразовательных организаций; преподаватели общеобразовательных дисциплин (математика, информатика) профессиональных образовательных организаций Вологодской области. |
| 16. | Методический триатлон «Профилактика и преодоление учебной неуспешности при подготовке к ГИА по математике» | август 2024 г. | Учителя математики |
| 17. | Профи-класс «Школа молодого педагога» (математика) | сентябрь -декабрь 2024 г. | Молодые учителя математики общеобразовательных организаций региона в возрасте до 35 лет, работающих в образовательных организациях менее 3-х лет и студенты, принятые на работу в образовательные организации в качестве учителей математики |
| 18. | Методический семинар-практикум «Использование регионального компонента на уроках математики» | октябрь 2024 г. | Учителя математики, преподаватели СПО |